

基于谐波齿轮空间侧隙均匀化的三圆弧齿廓柔轮的径向修形设计

程中甫¹ 邢静忠² 石立腾¹ 陈晓霞²

(1 广东省高性能伺服系统企业重点实验室 珠海格力电器股份有限公司, 广东 珠海 579070)

(2 天津工业大学 机械工程学院, 天津 300387)

摘要 为改善径向变位加工的柔轮空间齿廓与平面齿廓刚轮的啮合状态,建立柔轮齿廓径向修形设计方法。利用柔轮装配变形的精确算法确定椭圆凸轮波发生器作用下的轮齿位置,再利用圆弧齿廓间的周向侧隙算法获得侧隙。按照直母线假定确定出轴向多个截面内的轮齿定位,进而获得侧隙,以揭示柔轮锥度变形后的空间侧隙分布。未修形的侧隙显示:按照共轭齿合理理论设计的刚轮齿廓只在设计截面实现了小而均匀的侧隙分布,前端和后端出现严重干涉。利用前端和后端向内的刀具变位可消除干涉。经迭代设计的径向修形可实现所有截面侧隙趋于零的最佳状态,获得从前到后的线啮合状态。啮合轨迹线仿真表明:合理的径向修形可实现更好地齿面啮合状态。

关键词 三圆弧齿廓 锥度变形 空间啮合侧隙 侧隙算法 啮合运动仿真

Radial Modification Design of Triple Arc Tooth Profile of Flexspline on Uniformly Distributed Spatial Backlash based on Harmonic Gear

Cheng Zhongfu¹ Xing Jingzhong² Shi Liteng¹ Chen Xiaoxia²

(1 Enterprises Key Laboratory of High-performance Servo System in Guangdong Province, Gree Electric Appliances, Inc. of Zhuhai, Zhuhai 579070, China)

(2 School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300387, China)

Abstract For better meshing status between spatial tooth profile of flexspline machined by radial modification of the tool and the planar tooth profile of circular spline, a design method for radial modification of flexspline tooth profile is proposed. The radial and circumferential positions of flexspline teeth under the action of elliptic wave generator are obtained by using the exact algorithm of flexspline assembly deformation, then backlash is obtained by the backlash algorithm between circular arc tooth profiles. According to the assumption of the straight-line generator, the positioning of the teeth profiles and backlashes in several cross sections are determined, then the backlash is obtained to reveal the spatial backlashes distribution in the cross-sections along the axial direction of flexspline with tapered deformation. The backlash distribution without radial modification shows that the backlash of the conjugated tooth profile of circular spline designed with conjugated meshing theory is very small and uniform in the design cross section, and serious interferences occur in the front and back sections. Inward modification of the cutting tool in the front and back sections can eliminate the interference. Reasonable radial modification designed iteratively achieves the optimal backlashes approaching zero in all cross sections, and realize a line meshing state from the front to the back sections. The simulation of meshing trajectory shows that the reasonable radial modification can achieve a better meshing state between tooth profiles.

Key words Triple arc tooth profile Tapered deformation Spatial backlash Backlash algorithm Meshing motion simulation

0 引言

谐波齿轮传动具有体积小、传动比大、承载力强、传动精度高等优点,被广泛应用于航空航天、

机器人等需要精密传动的领域。合理控制侧隙是保障谐波齿轮传动优异性能和齿廓设计的关键^[1]。侧隙不足会产生干涉,过大又会导致传动误差和回差增大。陈晓霞等^[2]提出圆弧齿廓谐波齿轮的侧隙计算方

法,并通过运动仿真进行干涉检查和侧隙验证。

为揭示原始齿廓参数对共轭齿廓特性的影响,袁安富等^[3]研究了柔轮齿廓的圆弧半径、公切线倾角和长度,以及径向变形量对共轭区间和共轭齿廓弧长影响,确定出提升传动性能的关键参数。王家序等^[4]基于改进运动学方法研究双圆弧齿廓的共轭区域、共轭齿廓,分析齿形参数和齿廓位置参数对共轭区域及共轭齿廓的影响。贺小飞等^[5]研究共轭区间、刚轮共轭齿廓和侧隙随柔轮齿廓参数的变化规律,合理选择柔轮齿廓参数能获得更宽共轭区和更均匀的侧隙分布。樊明龙等^[6]研究了径向变形量对共轭区域、共轭齿廓、啮合轨迹等性能的影响。针对三圆弧柔轮齿廓,肖季常等^[7]讨论共轭区间大小并设计刚轮齿廓,分析柔轮齿廓参数对共轭区间的影响。

基于原始齿廓及其共轭齿廓的啮合特性,最优化设计可以改善原始齿廓及其共轭齿廓。李武超等^[8]用有限元仿真方法对谐波减速器的刚、柔轮共轭齿廓进行优化设计。沈云波等^[9]对谐波齿轮齿形参数进行优化和啮合仿真分析。充分利用双共轭啮合特性,优化齿侧间隙,提高了传动平稳性。王家序等^[10]提出一种圆弧齿形柔轮的多目标优化设计方法,以缩小共轭空白区间与共轭齿廓差异,实现连续不断啮合和“双共轭”啮合,有效提高啮合性能。时志奇等^[11]分析柔轮齿廓参数对柔轮共轭齿廓的影响,以增大双共轭区间为目标,对三圆弧柔轮齿廓进行优化设计。

姜歌东等^[12]提出双圆弧齿形双向共轭设计方法,使刚轮凸圆弧段与柔轮两段圆弧均能共轭啮合,实现更大的齿廓接触面和更小接触应力。杨勇等^[13]提出一种增大“双共轭”啮合区间的方法,以缩小共轭齿廓差异为目标,对柔轮齿廓的公切线倾角、公切线长度和凹圆弧齿廓半径进行优化。

当波发生器装入杯形柔轮后,产生锥度变形的柔轮致使沿轴向各截面内产生不同的径向位移和完全不同的啮合特性,造成柔轮与刚轮只在设计截面具有良好的啮合状态。为解决该问题,空间齿廓可改善沿齿长方向各截面的啮合特性。刘邓辉等^[14]考虑杯形柔轮的锥度变形特征,在垂直于轴线的多个横截面内将刚轮空间齿廓设计转化为由多个平面齿廓放样表达的空间曲面设计。利用基于精确算法的侧隙计算方法,获得不同截面内的侧隙分布,并于干涉检查和侧隙验证放样算法生成的空间齿廓^[15]。

王家序等^[16]采用合理调整双圆弧齿廓柔轮齿径向位置的方法设计了满足空间啮合要求的三维齿廓。

基于单截面内共轭齿廓优化设计模型,合理调整柔轮轮齿径向位置设计出满足空间啮合要求的三维齿廓。但目前结合侧隙分布控制,在不同径向位移的截面进行径向修形方案优化,以改善传动性能的研究较少。

本文以三圆弧齿廓作为研究对象,基于柔轮装配变形的包络精确算法建立以各截面变位系数为变量的侧隙优化模型,迭代调整柔轮刀具的径向变位,设计出空间啮合特性更好的三维柔轮齿廓,并利用啮合齿廓轨迹线仿真验证。

1 柔轮齿廓的啮合运动与侧隙计算

谐波柔轮在波发生器作用下发生弹性变形后,与刚轮形成少齿差啮合。随着波发生器的转动,刚、柔轮轮齿之间的相对位置不断变化。这些位置构成的轮齿运动轨迹是进行谐波齿轮齿廓设计的基础。

1.1 齿廓啮合运动关系

图1显示半径为 r_m 的柔轮初始中性圆在波发生器作用下产生椭圆状变形。坐标系 $\{O-X_w Y_w\}$ 与波发生器固连, O 点位于回转中心, X_w 轴与波发生器长轴重合;坐标系 $\{O_f-X_f Y_f\}$ 与柔轮轮齿固连, O_f 点位于柔轮中面上, X_f 轴与柔轮轮齿对称线(O_f 点中面曲线的法线)重合;坐标系 $\{O-X_c Y_c\}$ 与刚轮轮齿固连, X_c 轴与刚轮齿槽对称线重合。 φ 和 φ_1 分别是未变形齿根和变形后齿根 O_f 的矢径与 X_w 的夹角。

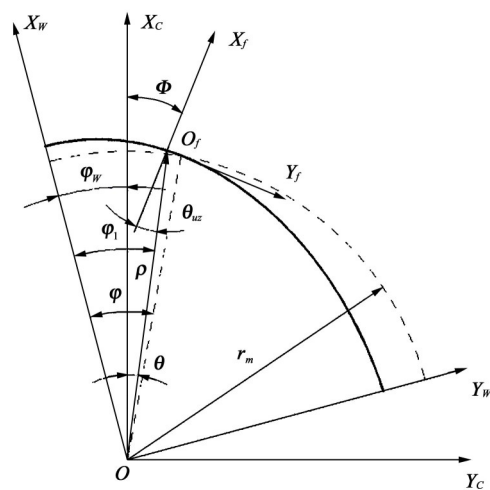


图1 柔轮齿廓啮合运动关系

Fig. 1 Meshing motion relationship of tooth profile of flexspline

依据柔轮中线不伸长假定, φ 和 φ_1 关系表达式为

$$\varphi = \frac{1}{r_m} \int_0^{\varphi_1} \sqrt{\rho^2 + \dot{\rho}^2} d\varphi_1 \quad (1)$$

φ_w 则是与该柔轮轮齿啮合的刚轮齿槽的对称线 X_c 与波发生器长轴的夹角,有

$$\varphi_w = \frac{z_1}{z_2} \varphi \quad (2)$$

式中, z_1 和 z_2 分别为柔轮和刚轮的齿数。

此时, 柔轮轮齿定位点 O_f 的矢径与刚轮齿槽对称线 X_c 的夹角 $\theta = \varphi_1 - \varphi_w$, 即

$$\theta = \varphi_1 - \frac{z_1}{z_2} \varphi \quad (3)$$

此外, θ_{uz} 是柔轮法线的偏角, 即柔轮轮齿对称线与齿根定位点矢径 ρ 的夹角, 据精确算法, 有

$$\theta_{uz} = -\arctan(\dot{\rho}/\rho) \quad (4)$$

刚轮齿槽对称线和柔轮轮齿对称线的夹角为

$$\Phi = \theta_{uz} + \theta \quad (5)$$

1.2 柔轮齿廓定位点的位置

考虑到柔轮法线的偏角 θ_{uz} 对柔轮齿廓上任一点的轨迹计算有影响, 而对 O_f 点的轨迹无影响, 为简化问题, 取柔轮齿廓的定位点 O_f 的运动轨迹作为轮齿的运动轨迹进行研究。根据图 1 所示, 柔轮变形后, O_f 在坐标系 $\{O-XY\}$ 中具有极径 $\rho(\varphi_1)$ 。因此, O_f 点在坐标系 $\{O-X_c Y_c\}$ 中的坐标为

$$\begin{cases} x_{20_1} = \rho \sin \theta \\ y_{20_1} = \rho \cos \theta \end{cases} \quad (6)$$

式中, ρ 和 θ 都是关于极角 φ_1 的函数, 说明当取 φ_1 在 $0 \sim \pi/2$ 之间变化时, 根据式(6)即可得到柔轮轮齿在刚轮轮齿坐标系的运动轨迹。从式(3)和式(6)中可以看出, 柔轮轮齿的运动轨迹最终取决于由 $\rho(\varphi_1)$ 确定的柔轮中线的变形形状。

1.3 周向最短距离与侧隙

侧隙是指可能接触的啮合齿面上点对间的最小周向侧隙^{[17]14}。为简化计算, 通常认为柔轮齿顶是啮合点。谐波齿轮的空载侧隙反映了传动的啮合状态, 是影响载荷分布的重要因素。侧隙大小对谐波齿轮传动性能的影响较大, 不同用途的传动对侧隙的要求有所不同。啮合侧隙是评价实际啮合特性和获得可靠啮合力的关键。

文献[17]¹⁵⁻¹⁶将含公切线圆弧齿廓间的侧隙划分为3种情况: ①两外凸圆弧的最短距离; ②直线段与凸圆弧间的最短距离; ③两内圆弧的最短距离。针对不同情况, 需要利用不同的几何关系确定两齿廓之间的侧隙。

以上3种情况下的最短距离并不是周向侧隙, 故需要将其转换为周向侧隙。圆弧齿廓间的最短距离与啮合侧隙的关系如图2所示。图中坐标系为刚轮坐标系, 原点 O 为刚轮回转中心, x 轴为刚轮齿槽对称线。刚轮齿廓上任意一点的运动轨迹是圆弧, 刚轮与柔轮啮合, 侧隙为

$$j_{\min} = d_{\min} / \cos(\alpha_1 + \alpha_2) \quad (7)$$

式中, $d_{\min}$ 为两齿廓之间的最短距离; α_1 为最短距离的倾角; α_2 为柔轮齿廓上 A_1 点的极径与 x 轴的夹角。

$$\alpha_1 = \arctan(k_{d_{\min}})$$

$$\alpha_2 = \arctan(x_{A1}/y_{A1})$$

式中, $k_{d_{\min}}$ 为最短距离所在线段的斜率。

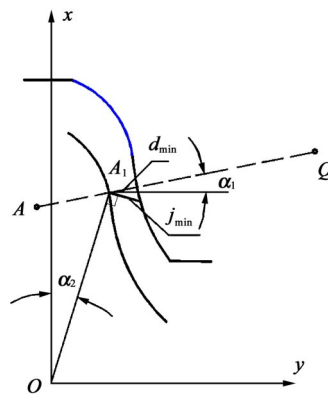


图2 齿间侧隙与最短距离的关系

Fig. 2 Relationship between gear backlash and shortest distance

2 齿廓定义及多截面内的齿廓定位

相比双圆弧齿廓, 三圆弧齿廓^[18]具有更灵活的变化规律和更优异的啮合特性^{[17]54-55[11]1235}, 因而被越来越多地应用在柔轮原始齿廓构建和刚轮齿廓拟合。

2.1 柔轮齿廓定义及齿廓参数

按照图3所示的几何关系定义三圆弧柔轮齿廓。上圆弧 AB 的半径为 ρ_a , 圆心为 H 点; G 点和 I 点分别是中圆弧 BC 和下圆弧 CF 的圆心, 它们的半径分别是 ρ_{af} 和 ρ_f ; 中圆弧 BC 的至分度圆的径向高度分别为 h_y 和 h_{ia} ; 中圆弧 BC 在分度圆上的倾角为 α ; 齿顶高和齿根高分别为 h_a 和 h_f ; 齿廓在分度圆上的齿厚为 s 。

本文柔轮齿数 $z_1=100$, 模数 $m=0.506\ 603\ \text{mm}$ 。三圆弧柔轮齿廓参数如表1所示。分度圆直径 $d=50.660\ 3\ \text{mm}$, 分度圆倾角 $\alpha=20.00^\circ$ 。

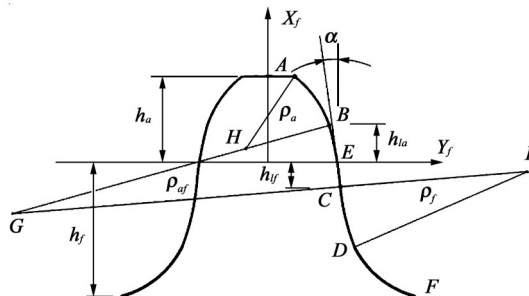


图3 三圆弧柔轮齿廓定义

Fig. 3 Definition of triple arc tooth profile of flexspline

先依据柔轮分度圆齿厚 s 确定出齿廓与分度圆的交点 E 点, 再按照分度圆倾角 α 和中圆弧半径 ρ_{af} 确定出中圆弧圆心 G 点。按照中圆弧 BC 相对于分度圆的

径向高度 h_y 和 h_{lu} 确定出 C 点和 B 点。延长 GC 半径线按下圆弧半径 ρ_f 确定出 I 点。在 GB 上按照上圆弧半径 ρ_a 找到上圆弧圆心 H 点。再依据齿顶高 h_a 确定出上圆弧的 A 点。依据 I 点和 ρ_f 及齿根高 h_f 确定出下圆弧的 F 点。

表 1 三圆弧柔轮齿廓参数

Tab. 1 Tooth profile parameters of triple arc flexspline mm

名称	符号	数值	名称	符号	数值
齿顶高	h_a	0.283 7	中圆弧半径	ρ_{af}	1.367 8
齿根高	h_f	0.319 2	上圆弧半径	ρ_a	0.131 7
中圆弧顶高	h_{lu}	0.233 0	下圆弧半径	ρ_f	2.431 7
中圆弧底高	h_{ly}	0	齿厚	s	0.565 9

2.2 刚轮齿廓定义

按照图 4 所示的几何关系定义三圆弧刚轮齿廓。图中 B 点和 K 点分别是中圆弧和下圆弧的圆心，其半径分别是 ρ_{af2} 和 ρ_{f2} ；上圆弧 EF 的半径为 ρ_{a2} ；圆心为 A 点；中圆弧 FN 所对的圆心角为 θ_{BK} ；刚轮齿廓的齿顶圆和齿根圆半径分别为 r_{a2} 和 r_{f2} 。

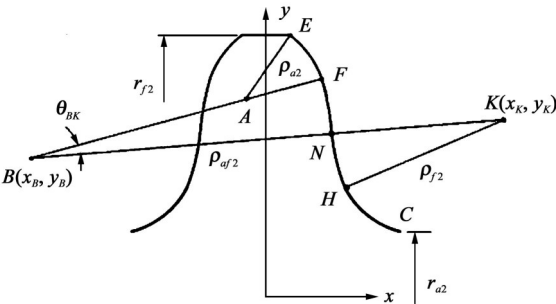


图 4 三圆弧刚轮齿廓的定义

Fig. 4 Definition of triple arc rigid spline tooth profile

本文刚轮齿廓参数如表 2 所示。刚轮齿数 $z_2=102$ ，中圆弧的圆心角 $\theta_{BK}=7.504 4^\circ$ 。

表 2 三圆弧刚轮齿廓参数

Tab. 2 Tooth profile parameters of triple arc rigid spline

名称	符号	数值	名称	符号	数值
齿顶圆半径	r_{a2}	25.269 4	上圆弧半径	ρ_{a2}	0.612 33
齿根圆半径	r_{f2}	26.076 6	下圆弧半径	ρ_{f2}	0.797 9
下圆弧圆心	x_K	1.065 97	中圆弧圆心	x_B	-1.428 43
	y_K	25.961 74		y_B	25.020 1

先依据刚轮中圆弧和下圆弧圆心 B 点和 K 点，以及下圆弧半径 ρ_{f2} 确定出中圆弧的低点 N 点。绕 B 点以半径 $\rho_{af} = BK - \rho_{f2}$ 向上旋转角度 θ_{BK} 找到中圆弧顶点 F 点。在 BF 上按照上圆弧半径 ρ_{a2} 确定出上圆弧圆心 A 点。绕 A 点按上圆弧半径 ρ_{a2} 与刚轮齿根圆半径 r_{f2} 确定出 E 点。绕 K 点按半径 ρ_{f2} 与刚轮齿顶圆半径 r_{a2} 确定出 C 点。

2.3 直母线假定下齿圈中面变形

装配状态下，基于直母线假定可得距离杯底 z 位置的径向位置满足

$$\rho(\varphi, z) = (\rho(\varphi) - r_m)(z/z_0) + r_m \quad (0 < z < l) \quad (8)$$

式中， z_0 为齿圈设计截面至杯底的轴向距离； l 为筒体轴向总长度。

本文取柔轮筒长 $l=26$ mm 和齿圈宽度 $b_0=8.5$ mm；极角位置按照线性关系确定。在计算截面内，标准椭圆的廓线为

$$\rho(\varphi) = \frac{ab}{\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}} \quad (0 \leq \varphi \leq 90^\circ) \quad (9)$$

式中，长轴 $a = r_m + w_0$ ，短轴 b 按照中性线不伸长条件确定。取计算截面的最大径向位移 $w_0 = 0.401 99$ mm，中面半径 $r_m = 24.773 7$ mm。

2.4 评价侧隙分布的横截面定义

定义柔轮轴向位置 $z=0$ 位于杯底，靠近杯口坐标 $z=26$ mm 的有效齿廓的 $z=25.3$ mm 定义为前截面。以柔性轴承所在的轴向位置 $z=20.435$ mm 为中截面。定义 $z=16.8$ mm 为后截面。

在前截面至中截面定义 4 个等距的截面 (1st、2nd、3rd 和 4th)。从中截面至后截面等距定义 3 个截面 (5th、6th 和 7th) (图 5)。

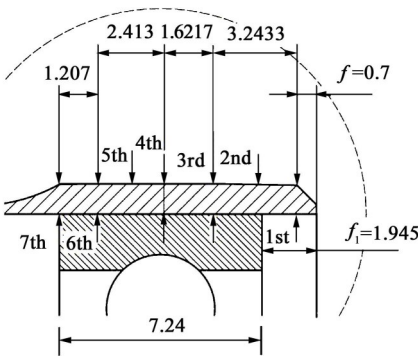


图 5 齿圈剖面和轴向横截面位置

Fig. 5 Profile and axial cross section position of tooth ring

在这 7 个横截面内利用直母线假定推断齿圈中面变形后的径向位置和周向位置，依次定位不同横截面内柔轮齿廓位置，与平面齿廓刚轮啮合，形成空间分布的空载侧隙。

2.5 无齿向修形的侧隙分布

计算 4th 截面进行原始齿廓的共轭齿廓设计，获得表 2 的刚轮设计方案。按照前述截面位置，计算得到未修形柔轮齿廓在 7 个截面的侧隙分布 (图 6)。中间截面 4th 的侧隙从 $5^\circ \sim 50^\circ$ 均小于 $1.2 \mu\text{m}$ ，明计算截面的侧隙分布非常合理，可以保证很宽范围内的多齿啮合。

径向没有修形的 6 个截面 (除了 4th 截面的其余

截面)的侧隙均出现不同程度的干涉。最前端的 1st 截面和最后端的 7th 截面干涉量最大。在 2° 附近, 最前端截面的干涉量达到 $-81\text{ }\mu\text{m}$ 。在刚刚啮合的 75° 附近, 最后端截面的干涉量达到 $-98\text{ }\mu\text{m}$ 。

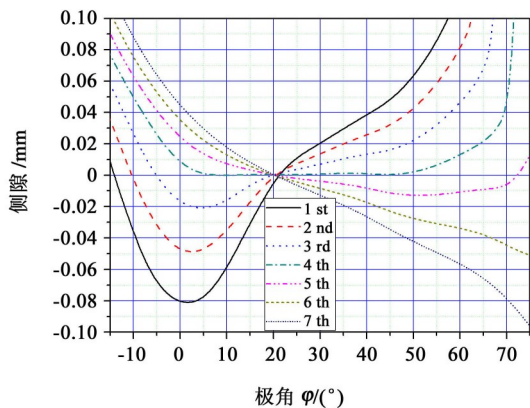


图6 未修形的截面内的侧隙分布

Fig. 6 Backlash distributions in cross section without modification

从前截面开始的 3 个截面均在长轴右侧的 3° 附近出现从前向后干涉量逐渐减小的趋势。到中截面时, 干涉量消失。所有侧隙分布曲线在 22° 附近形成一个非常接近零侧隙的汇交点。随后, 后端干涉量又继续放大。到最后端的 7th 截面, 出现最大的干涉量。

2.6 啮合运动过程的齿廓轨迹图

径向不修形的设计方案, 只在计算截面(4th 截面)有最好的啮合侧隙分布, 其余截面均产生干涉。图 7 所示给出了计算截面内轮齿的啮合过程图。

作为设计截面, 4th 拥有最佳的啮合侧隙分布。从图 7 所示可以看出: 在柔轮啮合过程中, 柔轮齿顶在很宽的啮合区间内, 分别于刚轮中圆弧直至刚轮齿根圆弧啮合, 啮合侧隙小而均匀。容易实现大负载的传动过程。

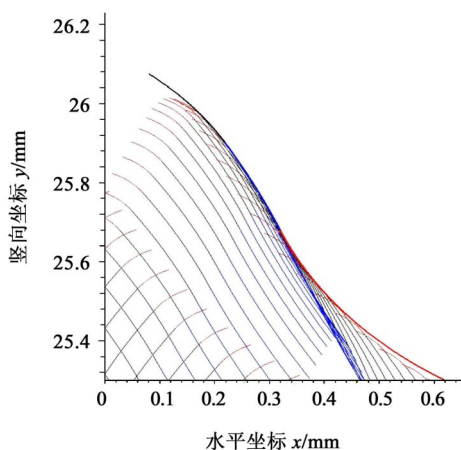
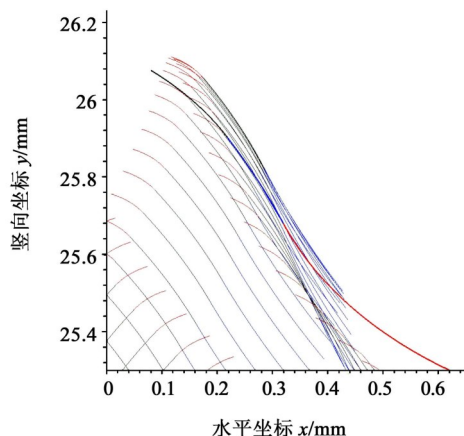


图7 中截面4th的轮齿啮合过程

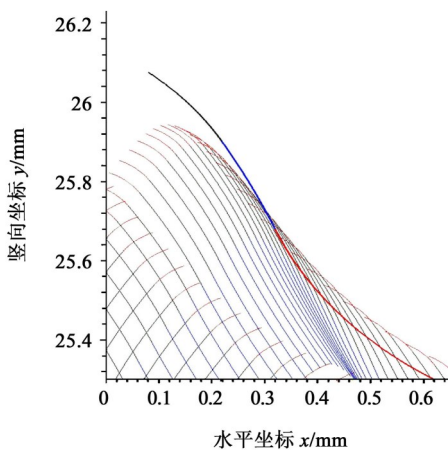
Fig. 7 Meshing process of the 4th in middle section

图 8 所示给出前截面 1st 和后截面 7th 的啮合运动

轨迹图。从图 8(a)和图 8(b)可以看出, 前截面内柔轮齿廓径向尺寸超出刚轮尺寸, 出现大范围的齿廓干涉; 后截面内在柔轮齿顶啮合过程中出现和刚轮齿顶齿廓的干涉。



(a) 1st 截面



(b) 7th 截面

图8 无修形 1st 截面和 7th 截面的啮合过程

Fig. 8 Meshing process of the 1st and 7th section without modification

切制柔轮的刀具径向向内变位可以降低柔轮齿廓的径向位置, 消除前截面和后截面的齿廓干涉。

3 修形后的齿廓侧隙分布

沿轴向线性修形是最简单的径向修形方案, 它可以实现柔轮轮齿的空间齿廓设计, 形成线性变厚度齿圈。这时, 齿圈中面半径沿轴向也是线性变化的。不同横截面内的中面曲线具有完全不同的形状。

3.1 变中线半径的柔轮变形

因一般的柔轮内壁尺寸按轴向不变, 因此这样的修形方式形成变中面半径的柔轮结构模型(图 9)。图 9 中, r_m 和 $r_p(z)$ 分别为齿圈设计截面和轴向任意 z 位置截面的中线半径; $\delta_p(z)$ 为 z 处齿圈壁厚的径向改变量。

任意 z 位置处齿圈的中线半径为

$$r_p(z) = r_m - \frac{\delta_p(z)}{2} \tag{10}$$

改变不同的 $\delta_p(z)$ 变化规律，可以实现不同的柔轮空间齿面，同时形成不同中面半径的柔轮齿圈结构。

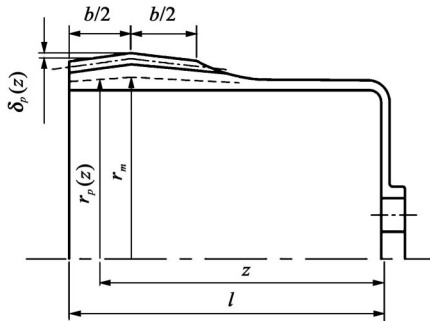


图 9 变中线半径柔轮剖面结构示意图
Fig. 9 Structural diagram of flexspline profile with variable radius neutral line

3.2 迭代设计的最佳修形方案

基于图 6 的侧隙分布和图 8 的干涉部位，设定最前端 1st 和最后端 7th 截面的径向修形量。不断调整前端和后端径向修形量的锥度，使最前端 1st 和最后端 7th 截面的侧隙达到 0。

相对于中截面 $z=20.435\text{ mm}$ 位置的径向高度，前端截面 1st、2nd、3rd 和后端截面 5th、6th、7th 的径向下陷量分别为 $81.82\text{ }\mu\text{m}$ 、 $54.55\text{ }\mu\text{m}$ 、 $27.27\text{ }\mu\text{m}$ 和 $16.81\text{ }\mu\text{m}$ 、 $33.62\text{ }\mu\text{m}$ 、 $50.40\text{ }\mu\text{m}$ 。

3.3 修形后的侧隙分布

基于这样的径向修形方案，得图 10 所示的侧隙分布。只有中间截面 4th 的侧隙分布不变。

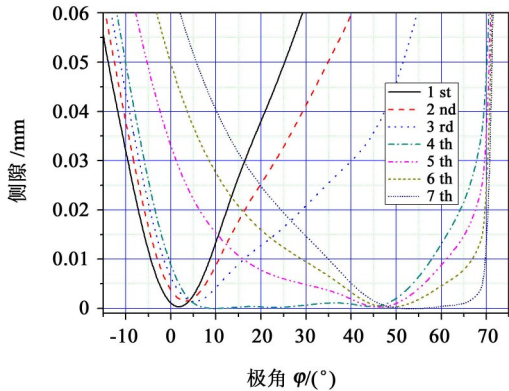


图 10 最佳修形后的各横截面内侧隙分布
Fig. 10 Backlash distribution of each cross section after optimal modification

修形后的柔轮齿廓在前截面 1st 截面出现最小侧隙 $0\text{ }\mu\text{m}$ (极角 2°)。2nd 截面和 3rd 截面在极角 4° 附近分别达到 $0.6\text{ }\mu\text{m}$ 和 $1.1\text{ }\mu\text{m}$ 的最小侧隙。中截面在极角 11° 和 45° 位置达到 0 和 $0.4\text{ }\mu\text{m}$ 的侧隙。5th、6th 和 7th 截面中的最小侧隙分别为 $0.04\text{ }\mu\text{m}$ (47°)、 $0.3\text{ }\mu\text{m}$ (50°) 和 $0\text{ }\mu\text{m}$ (51°)。

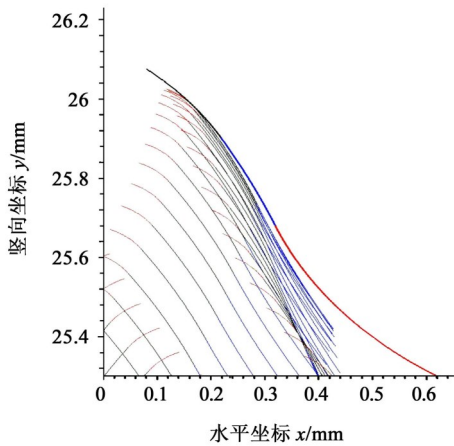
4 啮合状态的仿真验证

为验证前述侧隙计算结果，并揭示各轮齿的啮合状态，啮合轨迹图可以更直观地显示出轮齿的啮合状态，为负载状态的啮合分析提供重要的依据。

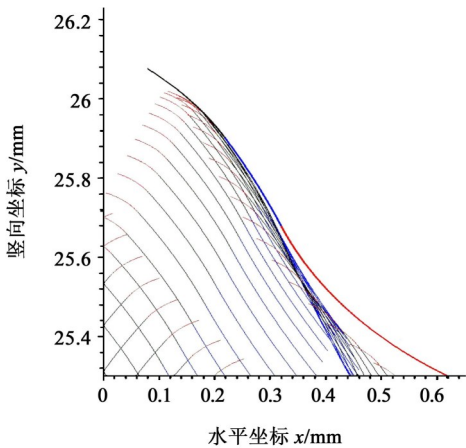
4.1 前截面的径向修形

按照第 3.2 节确定的径向修形量，1st 截面和 3rd 截面的齿圈中面半径分别是 24.7328 mm 和 24.7601 mm ，最大径向变形量分别是 0.49769 mm 和 0.433389 mm ，该截面的中面曲线由式 (9) 确定，相应的齿廓径向位置下移 $40.91\text{ }\mu\text{m}$ 和 $13.635\text{ }\mu\text{m}$ 。

图 11 所示是最佳修形后前端 1st 截面和 3rd 截面内的轮齿啮合过程。向内 $81.82\text{ }\mu\text{m}$ 和 $27.27\text{ }\mu\text{m}$ 的径向修形消除了这两个截面内的齿廓干涉，使柔轮齿顶与刚轮齿根正确啮合。在啮合较深的位置，柔轮上圆弧与刚轮齿根圆弧在齿高向较宽的范围内实现更好的啮合。



(a) 1st 截面



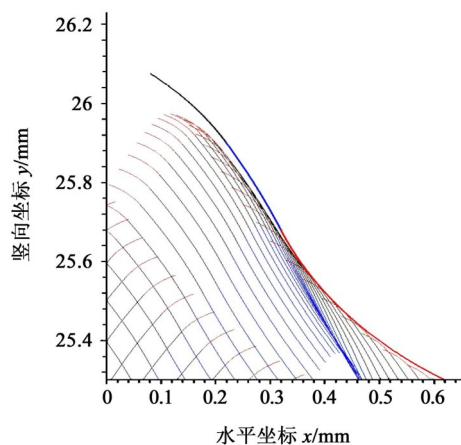
(b) 3rd 截面

图 11 最佳修形 1st 和 3rd 截面内的啮合过程
Fig. 11 Meshing process in the 1st section and 3rd section after optimal modification

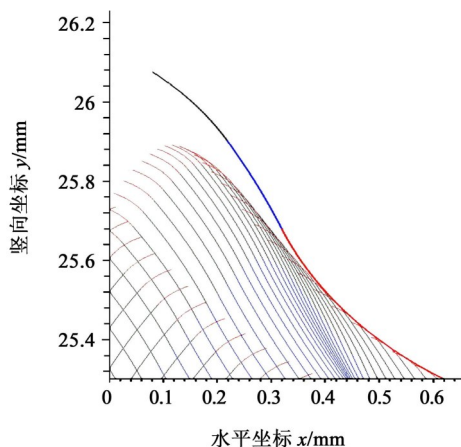
4.2 后截面的径向修形

靠近后截面的齿廓在啮入区出现柔轮齿顶与刚轮齿顶的干涉。按照 3.2 节设计的修形方案, 5th 截面和 7th 截面的中面半径分别为 24.765 3 mm 和 24.748 5 mm, 最大径向变形量分别为 0.377 95 mm 和 0.330 48 mm, 该截面的中面曲线由式(9)确定, 相应的齿廓径向位置分别下移 8.405 μm 和 25.20 μm 。

图 12 所示是靠近后端的 5th 截面和 7th 截面内的啮合过程。向内 16.81 μm 和 50.40 μm 的径向修形不仅消除了 5th 截面和 7th 截面的齿廓干涉(图 12), 同时使 5th 和 7th 截面的最小侧隙降低至非常接近零的侧隙(图 10)。



(a) 5th 截面



(b) 7th 截面

图 12 最佳修形 5th 和 7th 截面内的啮合过程

Fig. 12 Meshing process of the 5st and 7th section after optimal modification

从图 12 所示看出, 径向修形使齿廓在啮入区实现了零侧隙的啮入过程。非常接近零的间隙, 可以很大程度上相互抵消齿廓加工过程中的周向分布不均和齿廓形状偏差, 降低产品的传动误差。

5 讨论和结论

(1) 杯形和礼帽形柔轮的齿廓设计。锥度变形特征使谐波齿轮的齿廓设计不能只考虑一种径向变形量下的共轭齿廓设计。按照锥度变形后的齿圈变形特征, 沿轴向完全不同的最大径向变形自然形成了完全不同的中面曲线。因此杯形或中空礼帽形的柔轮都需要考虑这种空间变形特征进行齿廓设计。

(2) 径向修形的齿廓和齿圈结构特征。为了提升锥度变形特征下柔轮齿廓与平面齿廓刚轮的啮合特性, 径向刀具变位可以简单地形成沿轴向变化的柔轮空间齿廓。沿轴向修形方案设计, 为沿轴向啮合状态提升提供了有效手段。本文研究为柔轮齿廓的齿向修形方案设计提供了有效方法。

(3) 迭代设计的齿向修型方案。本文方法不仅准确给出了各截面内的齿廓侧隙, 同时用齿廓啮合轨迹线直观显示不同位置轮齿的啮合状态。经过迭代设计的径向刀具变位方案, 消除原方案的齿廓干涉, 使啮合齿廓在轴向拥有更好的啮合状态。

研究表明, 本文齿向修形方法简单可行, 能大幅度改善轴向各截面内的啮合状态, 为柔轮齿廓的径向刀具变位设计提供指导。

参 考 文 献

- [1] 杨朋朋, 陈晓霞, 邢静忠, 等. 谐波齿轮的侧隙规律研究与有限元模型仿真[J]. 中国机械工程, 2018, 29(6): 659-666.
YANG Pengpeng, CHEN Xiaoxia, XING Jingzhong, et al. Research on backlash regularity and finite element simulation of harmonic gears[J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29(6): 659-666.
- [2] 陈晓霞, 宋宇, 邢静忠, 等. 连续共轭啮合的双圆弧谐波齿轮齿廓设计及运动仿真验证[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2016, 28(11): 1982-1988.
CHEN Xiaoxia, SONG Yu, XING Jingzhong, et al. Double-circular-arc tooth profile design and movement simulation verification of harmonic drive with continuously conjugated transmission in entire engagement region[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2016, 28(11): 1982-1988.
- [3] 袁安富, 邱胜峰, 施徐凯. 双圆弧柔轮齿形参数对谐波齿轮传动共轭特性的影响[J]. 机械传动, 2020, 44(5): 107-112.
YUAN Anfu, QIU Shengfeng, SHI Xukai. Influence of tooth profile parameter of double-circle-arc flexspline on conjugate characteristic of harmonic gear drive[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2020, 44(5): 107-112.
- [4] 王家序, 刘彪, 周祥祥, 等. 双圆弧谐波齿轮传动齿廓设计与参数分析[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2016, 48(3): 164-170.
WANG Jiaxu, LIU Biao, ZHOU Xiangxiang, et al. Double-circular-

- arc tooth profile design and parametric analysis of harmonic drive [J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2016, 48(3): 164–170.
- [5] 贺小飞, 杨勇, 黄彦彦, 等. 双圆弧谐波齿轮传动柔轮齿廓参数对侧隙的影响[J]. 机械传动, 2018, 42(9): 13–18.
- HE Xiaofei, YANG Yong, HUANG Yanyan, et al. Influence of flexspline tooth profile parameter of double circular arc harmonic gear drive on backlash [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2018, 42(9): 13–18.
- [6] 樊明龙, 顾亚文. 径向变形量系数对谐波齿轮传动啮合特性的影响[J]. 机械传动, 2016, 40(2): 116–120.
- FAN Minglong, GU Yawen. Influence of radial deformation coefficient on meshing characteristic of harmonic gear drive [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2016, 40(2): 116–120.
- [7] 肖季常, 贺小飞, 杨勇, 等. 三圆弧谐波齿轮传动齿廓设计[J]. 机械传动, 2019, 43(10): 51–55.
- XIAO Jichang, HE Xiaofei, YANG Yong, et al. Tooth profile design of triarc harmonic gear drive [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2019, 43(10): 51–55.
- [8] 李武超, 梅杰, 陈鹏, 等. 谐波传动系统齿廓优化设计与侧隙控制补偿[J]. 武汉科技大学学报, 2021, 44(1): 51–59.
- LI Wuchao, MEI Jie, CHEN Peng, et al. Optimization design of tooth profile of harmonic drive system and backlash control compensation [J]. Journal of Wuhan University of Science and Technology, 2021, 44(1): 51–59.
- [9] 沈云波, 支立辉, 贾婧瑜, 等. 双圆弧齿廓谐波齿轮传动优化设计方法[J]. 西安工业大学学报, 2020, 40(5): 499–505.
- SHEN Yunbo, ZHI Lihui, JIA Jingyu, et al. Optimal design method for harmonic gear transmission with double-circular-arc tooth profile [J]. Journal of Xi'an Technological University, 2020, 40(5): 499–505.
- [10] 王家序, 蒋倩倩, 李俊阳, 等. 双圆弧谐波传动柔轮齿形参数多目标优化设计[J]. 吉林大学学报(工学版), 2019, 49(4): 1194–1202.
- WANG Jiaxu, JIANG Qianqian, LI Junyang, et al. Multi-objective optimization design of flexspline profile parameters of double-arc harmonic drive [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2019, 49(4): 1194–1202.
- [11] 时志奇, 杨勇, 贺小飞, 等. 三圆弧谐波齿轮传动齿廓设计及参数优化[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2020, 51(5): 1234–1244.
- SHI Zhiqi, YANG Yong, HE Xiaofei, et al. Tooth profile design and parameter optimization of triplecircular-arc harmonic drives [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2020, 51(5): 1234–1244.
- [12] 姜歌东, 王爽, 梅雪松, 等. 谐波齿轮传动双圆弧齿形双向共轭设计方法[J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(8): 8–14.
- JIANG Gedong, WANG Shuang, MEI Xuesong, et al. Bidirectional conjugate design method for double-circular-arc tooth profile of harmonic drives [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(8): 8–14.
- [13] 杨勇, 王家序, 周青华, 等. 双圆弧谐波齿轮传动柔轮齿廓参数的优化设计[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2016, 48(1): 186–193.
- YANG Yong, WANG Jiaxu, ZHOU Qinghua, et al. Optimization design for flexspline tooth profile parameters of double-circular-arc harmonic drives [J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2016, 48(1): 186–193.
- [14] 刘邓辉, 邢静忠, 陈晓霞. 渐开线谐波齿轮的空间齿廓设计及啮合特性分析[J]. 机械设计, 2016, 33(3): 24–29.
- LIU Denghui, XING Jingzhong, CHEN Xiaoxia. Spatial tooth profile design and engagement analysis of harmonic gear with involute profile [J]. Journal of Machine Design, 2016, 33(3): 24–29.
- [15] 刘邓辉, 邢静忠, 陈晓霞. 渐开线谐波齿轮空间齿廓设计及仿真分析[J]. 计算机集成制造系统, 2015, 21(3): 709–715.
- LIU Denghui, XING Jingzhong, CHEN Xiaoxia. Spatial tooth profile design and simulation analysis of harmonic drive with involute tooth profile [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2015, 21(3): 709–715.
- [16] 王家序, 周祥祥, 李俊阳, 等. 杯形柔轮谐波传动三维双圆弧齿廓设计[J]. 浙江大学学报(工学版), 2016, 50(4): 616–624.
- WANG Jiaxu, ZHOU Xiangxiang, LI Junyang, et al. Three dimensional profile design of cup harmonic drive with double-circular-arc common-tangent tooth profile [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2016, 50(4): 616–624.
- [17] CHEN X X, LIU Y S, XING J Z, et al. The parametric design of double-circular-arc tooth profile and its influence on the functional backlash of harmonic drive [J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 73: 1–24.
- [18] 陈晓霞, 邢静忠. 连续共轭杯形或礼帽形谐波齿轮的三圆弧齿廓设计: 天津, CN1071911570A [P]. 2017–09–22.
- CHEN Xiaoxia, XING Jingzhong. Tooth profile design of cup shaped or hat shaped harmonic drive with continuous conjugate motion: Tianjin, CN1071911570A [P]. 2017–09–22.

收稿日期: 2021–06–28 修回日期: 2021–08–02

基金项目: 广东省高性能伺服系统企业重点实验室开放基金 (HPSKL2021KT03)

作者简介: 程中甫(1989—), 男, 山西孝义人, 工程师; 主要从事精密传动系统研究。