

基于数值图谱的空间RRSS机构开区间轨迹综合方法

李晓东¹ 李磊²

(1 长春工业大学 工程训练中心, 吉林 长春 130012)

(2 长春工业大学 机电工程学院, 吉林 长春 130012)

摘要 针对现有数值图谱法无法实现开区间设计要求的空间RRSS机构轨迹综合, 基于小波分解理论提出了空间RRSS机构轨迹综合的方法。通过将空间RRSS机构轨迹综合问题转化为机构的基本尺寸型匹配识别问题和机构实际尺寸的计算问题, 实现了开区间设计要求的空间RRSS机构轨迹综合, 弥补了数值图谱法在求解开区间尺度综合问题上的不足。通过数值算例证明了提出方法的实用性和有效性。

关键词 空间RRSS机构 开区间设计要求 轨迹综合 小波分解

Open Interval Path Synthesis Method of Spatial RRSS Mechanism based on Numerical Atlas

Li Xiaodong¹ Li Lei²

(1 Engineering Training Center, Changchun University of Technology, Changchun 130012, China)

(2 School of Mechanical Engineering, Changchun University of Technology, Changchun 130012, China)

Abstract The existing numerical atlas methods can not realize open interval path synthesis of spatial RRSS mechanism. A path synthesis method of spatial RRSS mechanism is proposed based on wavelet decomposition theory. By transforming path synthesis problem into the matching and identification problem of the basic types of mechanism, and the calculation problem of the actual sizes of mechanism, the open interval path synthesis of spatial RRSS mechanism is realized. Thus, it makes up for the deficiency of the numerical atlas method in solving the dimensional synthesis problem with open interval design requirements. A numerical example is presented to demonstrate the practicability and effectiveness of the proposed method.

Key words Spatial RRSS mechanism Open interval design requirement Path synthesis Wavelet decomposition

0 引言

空间连杆机构尺度综合是机构综合研究的难点之一。相比于平面连杆机构, 空间连杆的输出更加多样, 机构的尺寸参数更多, 轨迹曲线的参数方程也更加复杂。国内外大量学者对连杆机构的尺度综合问题进行了研究并提出了多种有效方法, 主要可以分为精确点法^[1]、优化法^[2]、几何作图法^[3]和图谱法^[4]。精确点法的核心思想是根据连杆机构各构件的几何关系, 建立方程组, 通过求解参数方程, 从而实现目标机构的设计^[5]。Shirazi利用精确点法实现了球面四杆机构4位置给定设计要求的尺度综合问题的求解^[6]。曹阳等给出了4位置空间RCCC机构尺度综合的方法^[7]。利用精确点法可以精确地求解出多组满

足设计要求的机构尺寸参数; 然而, 该方法受到建立的方程组的制约, 精确点数量不能超过方程组中方程的个数, 并且随着精确点数量的增加, 目标机构的求解难度也在增加^[8]。与精确点法相比, 优化法不受精确点数量的制约, 因此, 近年来受到了广泛的关注。优化法主要通过建立目标函数, 将与目标函数相关的机构参数作为设计变量进行优化, 从而得到机构参数。因此, 目标函数、初始值、约束条件和优化算法是优化法求解空间连杆机构尺度综合的重点。Russell等对空间连杆机构尺度综合问题进行了深入研究, 基于优化法提出了空间RRSS机构轨迹综合和刚体导引综合的求解方法^[9]。优化法具有综合速度快、可以实现多位置设计要求尺度综合的优点, 但是, 该方法所得综合结果的随机性较大, 影

响设计精度的因素较多,因此,解的稳定性难以保证^[10]。图解法是基于机构运动几何学所提出的机构设计方法,具有直观、操作简单等优点,在20世纪50年代被广泛应用于机构设计领域。根据图解法的基本思想, Lin等提出了空间RSSR机构少位置尺度综合的有效方法^[11]。路懿等开发了计算机辅助设计软件,并将图解法应用于求解高阶和复合点阶的机构综合问题中^[12]。然而,现有图解法很难对多位置设计要求的连杆机构尺度综合问题进行求解^[13]。

随着计算机技术的发展,数值图谱法作为一种重要的尺度综合方法,逐渐发展起来。基于傅里叶级数理论, Sun等建立了平面连杆机构输出曲线数值图谱库,并提出了平面连杆机构尺度综合的统一理论。在此基础上,将傅里叶级数法推广到了空间RRSS机构的轨迹综合中^[14]。然而,该方法只适用于闭区间设计要求(即机构的输出为整周期)的尺度综合问题。对于开区间设计要求的尺度综合问题,利用该方法求解时,需要将非整周期输出曲线拓展成整周期曲线,再利用傅里叶级数法进行求解。因此,该方法无法保证给定设计区间的拟合精度^[15-16]。针对这一问题,本文中基于小波级数理论,提出了空间RRSS机构开区间设计要求的轨迹综合方法。建立了空间RRSS机构开区间输出的连杆轨迹曲线数值图谱库;通过分步求解,将图谱库中存储机构参数降维。为空间连杆机构尺度综合提供了一种有效方法。

1 RRSS机构连杆轨迹曲线的数学模型

标准安装位置的空间RRSS机构如图1所示。各构件固结相应的坐标系,输入构件FAB固结的坐标系为 $B-x''y''z''$,连杆BCD上固结的坐标系为 $C-x'y'z'$ 。机构的尺寸参数如图1所示,EF为机架;FAB为输入构件;BCD为连杆;DE为连杆。AB、BC、CD、DE、EF、FA的长度分别为 a_1 、 S_2 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 S_1 ;机构输入角为 θ_1 ; z'' 轴与输入构件的旋转轴的夹角为 α_{12} ; x' 轴与 x'' 轴的夹角为 θ_2 。O-xyz为全局坐标系,其中, x 轴与机架EF重合, z 轴与输入构件旋转轴重合。标准安装位置的空间RRSS机构连杆上点P在坐标系 $C-x'y'z'$ 中可以表示为

$$P = \begin{bmatrix} r_p \sin \alpha_z \cos \alpha_{xy} \\ r_p \sin \alpha_z \sin \alpha_{xy} \\ r_p \cos \alpha_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, r_p 、 α_{xy} 、 α_z 均为P点位置参数, r_p 为CP长度; α_{xy} 为P点在 $x'Cy'$ 平面上的投影与 x' 轴的夹角; α_z 为CP与CB的夹角。

由几何关系可知,点P在坐标系 $B-x''y''z''$ 中可以

表示为

$$P' = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & \sin \theta_2 & 0 \\ -\sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} P + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -S_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

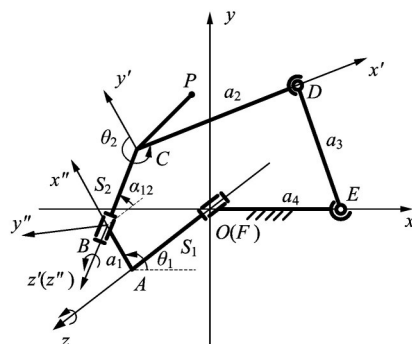


图1 标准安装位置的空间RRSS机构示意图

Fig. 1 Schematic diagram spatial RRSS mechanism in a standard installation position

根据坐标变换矩阵,可以得到点P在全局坐标系O-xyz中的参数方程为

$$\begin{aligned} x_p &= [r_p \sin \alpha_z \cos(\alpha_{xy} - \theta_2) + a_1] \cos \theta_1 + [(r_p \cos \alpha_z - S_2) \sin \alpha_{12} - r_p \sin \alpha_z \sin(\alpha_{xy} - \theta_2) \cos \alpha_{12}] \sin \theta_1 \quad (3) \\ y_p &= [r_p \sin \alpha_z \cos(\alpha_{xy} - \theta_2) + a_1] \sin \theta_1 - [(r_p \cos \alpha_z - S_2) \sin \alpha_{12} - r_p \sin \alpha_z \sin(\alpha_{xy} - \theta_2) \cos \alpha_{12}] \cos \theta_1 \quad (4) \end{aligned}$$

$$z_p = (r_p \cos \alpha_z - S_2) \cos \alpha_{12} + r_p \sin \alpha_z \sin(\alpha_{xy} - \theta_2) \sin \alpha_{12} + S_1 \quad (5)$$

式(3)~式(5)中, θ_2 为连杆转角。根据约束关系,有

$$(x_D - x_E)^2 + (y_D - y_E)^2 + (z_D - z_E)^2 = a_3^2 \quad (6)$$

可以得到连杆转角 θ_2 的参数方程为

$$\theta_2 = 2 \arctan \left\{ \frac{[\cos \alpha_B \sin \theta_1 + S_1 \sin \alpha_B / a_4 - \sqrt{(\cos \alpha_B \sin \theta_1 + S_1 \sin \alpha_B / a_4)^2 + \kappa_1^2 - \kappa_2^2}]}{(\kappa_2 - \kappa_1)} \right\} \quad (7)$$

其中, $\kappa_1 = -\cos \theta_1 + a_1 / a_4$

$$\begin{aligned} \kappa_2 &= (a_1^2 + a_2^2 - a_3^2 + a_4^2 + S_1^2 + S_2^2 - 2S_1 S_2 \cos \alpha_B) / (2a_2 a_4) + (S_2 \sin \alpha_B \sin \theta_1 - a_1 \cos \theta_1) / a_2 \end{aligned}$$

2 空间RRSS机构输出特征提取方法

2.1 特殊位置空间RRSS机构连杆轨迹描述方法

将标准安装位置的空间RRSS机构在全局坐标系中绕 z 轴旋转 θ_z ,并将旋转后的机构沿 x 轴、 y 轴、 z 轴分别平移 O_x 、 O_y 、 O_z ,得到的特殊位置空间RRSS机构如图2所示。对于特殊位置的空间RRSS机构,其连杆上P点的轨迹可以表示为

$$x'_p = x_p \cos \theta_z - y_p \sin \theta_z + O_x \quad (8)$$

$$y'_p = x_p \sin \theta_z + y_p \cos \theta_z + O_y \quad (9)$$

$$z'_p = z_p + O_z$$

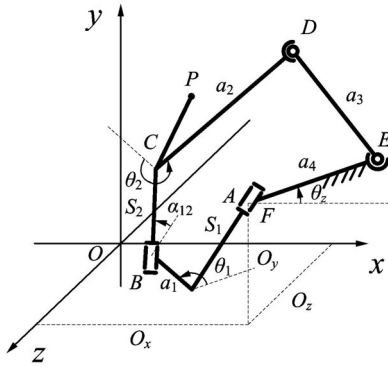


图2 特殊安装位置的空间RRSS机构示意图

Fig. 2 Schematic diagram spatial RRSS mechanism in a special installation position

将式(3)~式(5)代入式(8)~式(10)得

$$x'_p = \{ [r_p \sin \alpha_z \cos(\alpha_{xy} - \theta_2) + a_1] \cos \theta_1 + [(r_p \cos \alpha_z - S_2) \sin \alpha_{12} - r_p \sin \alpha_z \sin(\alpha_{xy} - \theta_2) \cos \alpha_{12}] \sin \theta_1 \} \cos \theta_z - \{ [r_p \sin \alpha_z \cos(\alpha_{xy} - \theta_2) + a_1] \sin \theta_1 - [(r_p \cos \alpha_z - S_2) \sin \alpha_{12} - r_p \sin \alpha_z \sin(\alpha_{xy} - \theta_2) \cos \alpha_{12}] \cos \theta_1 \} \sin \theta_z + O_x \quad (11)$$

$$y'_p = \{ [r_p \sin \alpha_z \cos(\alpha_{xy} - \theta_2) + a_1] \cos \theta_1 + [(r_p \cos \alpha_z - S_2) \sin \alpha_{12} - r_p \sin \alpha_z \sin(\alpha_{xy} - \theta_2) \cos \alpha_{12}] \sin \theta_1 \} \sin \theta_z + \{ [r_p \sin \alpha_z \cos(\alpha_{xy} - \theta_2) + a_1] \sin \theta_1 - [(r_p \cos \alpha_z - S_2) \sin \alpha_{12} - r_p \sin \alpha_z \sin(\alpha_{xy} - \theta_2) \cos \alpha_{12}] \cos \theta_1 \} \cos \theta_z + O_y \quad (12)$$

$$z'_p = (r_p \cos \alpha_z - S_2) \cos \alpha_{12} + r_p \sin \alpha_z \sin(\alpha_{xy} - \theta_2) \sin \alpha_{12} + S_1 + O_z \quad (13)$$

令复平面与全局坐标系的 xOy 平面重合, x 轴为实轴, y 轴为虚轴, P 点在复平面上的分量和 z 轴上的分量可以分别表示为

$$P'_{xy} = \{ r_p \sin \alpha_z \cos(\alpha_{xy} - \theta_2) + a_1 - i[(r_p \cos \alpha_z - S_2) \sin \alpha_{12} - r_p \sin \alpha_z \sin(\alpha_{xy} - \theta_2) \cos \alpha_{12}] \} e^{i(\theta_1 + \theta_z)} + O_x + iO_y \quad (14)$$

$$P'_z = (r_p \cos \alpha_z - S_2) \cos \alpha_{12} + r_p \sin \alpha_z \sin(\alpha_{xy} - \theta_2) \sin \alpha_{12} + S_1 + O_z \quad (15)$$

由式(14)和式(15)中可知, 特殊位置的空间RRSS机构的连杆轨迹与机构尺寸参数 a_1 、 S_2 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 S_1 、 α_{12} 、 r_p 、 α_{xy} 、 α_z , 安装位置参数 O_x 、 O_y 、 O_z 、 θ_z , 以及机构输入角 θ_1 有关。若将上述机构尺寸参数和安装位置参数全部作为机构尺寸型建立数值图谱库, 会造成数据库中包含的参数维度过高。利用数值图谱法求解机构尺度综合问题时, 综合精度和效率主要取决于建立的图谱库中与特征参数相关的机构尺寸参数的维度。尺寸参数每增加一维, 则图谱库中包含的特征参数的数量成几何倍数增加。

(10)

并且对于一般安装位置的空间RRSS机构, 机架的安装位置参数还应包括机构绕 x 轴和 y 轴旋转的角度 θ_x 、 θ_y , 从而导致图谱库的维度进一步增加。针对图谱库中尺寸型维度过高的问题, 本文中提出了一种预处理方法, 消除了部分尺寸型变化对特征参数的影响, 降低了图谱库中尺寸型的维度, 为利用小波分解理论实现空间RRSS机构开区间轨迹综合提供了基础。

2.2 RRSS机构连杆轨迹曲线的预处理方法

对特殊位置的空间RRSS机构连杆轨迹曲线进行等时标离散化采样, 采样点数为 2^j+1 ($j \in \mathbb{N}^+$), 第 n 个采样点可以表示为

$$P'_{xy}(\theta_1^n) = \{ r_p \sin \alpha_z \cos(\alpha_{xy} - \theta_2^n) + a_1 - i[(r_p \cos \alpha_z - S_2) \sin \alpha_{12} - r_p \sin \alpha_z \sin(\alpha_{xy} - \theta_2^n) \cos \alpha_{12}] \} e^{i(\theta_1^n + \theta_z)} + O_x + iO_y \quad (16)$$

$$P'_z(\theta_1^n) = (r_p \cos \alpha_z - S_2) \cos \alpha_{12} + r_p \sin \alpha_z \sin(\alpha_{xy} - \theta_2^n) \sin \alpha_{12} + S_1 + O_z \quad (17)$$

式中, θ_2^n 为第 n 个采样点对应的连杆转角。

由式(16)和式(17)中可知, 第 $n+1$ 个采样点可以表示为

$$P'_{xy}(\theta_1^{n+1}) = \{ r_p \sin \alpha_z \cos(\alpha_{xy} - \theta_2^{n+1}) + a_1 - i[(r_p \cos \alpha_z - S_2) \sin \alpha_{12} - r_p \sin \alpha_z \sin(\alpha_{xy} - \theta_2^{n+1}) \cos \alpha_{12}] \} e^{i(\theta_1^{n+1} + \theta_z)} + O_x + iO_y \quad (18)$$

$$P'_z(\theta_1^{n+1}) = (r_p \cos \alpha_z - S_2) \cos \alpha_{12} + r_p \sin \alpha_z \sin(\alpha_{xy} - \theta_2^{n+1}) \sin \alpha_{12} + S_1 + O_z \quad (19)$$

为消除机构安装参数对特征参数的影响, 对采样点在复平面上的分量进行预处理, 即用第 $n+1$ 个采样点在复平面上分量减去旋转 $\Delta\theta$ 后的第 n 个采样点对应的分量($\Delta\theta$ 为输入角采样步长), 由于采用等时标间隔采样, 输入角有 $e^{i\theta_1^{n+1}} = e^{i\Delta\theta} e^{i\theta_1^n}$, 因此预处理后的复平面分量可以表示为

$$P'_{xy}(\theta_1^{n+1}) - e^{i\Delta\theta} P'_{xy}(\theta_1^n) = r_p \sin \alpha_z e^{i\theta_z} [e^{i\theta_1^{n+1}} \cos(\alpha_{xy} - \theta_2^{n+1}) - e^{i\theta_1^n} \cos(\alpha_{xy} - \theta_2^n) + i e^{i\theta_1^{n+1}} \sin(\alpha_{xy} - \theta_2^{n+1}) \cos \alpha_{12} - i e^{i\theta_1^n} \sin(\alpha_{xy} - \theta_2^n) \cos \alpha_{12}] + O_x + iO_y - e^{i\Delta\theta} (O_x + iO_y) \quad (20)$$

令

$$\Theta_n = e^{i\theta_1^{n+1}} \cos(\alpha_{xy} - \theta_2^{n+1}) - e^{i\theta_1^n} \cos(\alpha_{xy} - \theta_2^n) + i e^{i\theta_1^{n+1}} \sin(\alpha_{xy} - \theta_2^{n+1}) \cos \alpha_{12} - i e^{i\theta_1^n} \sin(\alpha_{xy} - \theta_2^n) \cos \alpha_{12}$$

则式(20)可以表示为

$$P'_{xy}(\theta_1^{n+1}) - e^{i\Delta\theta} P'_{xy}(\theta_1^n) = r_p \sin \alpha_z e^{i\theta_z} \Theta_n + O_x + iO_y - e^{i\Delta\theta} (O_x + iO_y) \quad (21)$$

对 z 轴分量进行预处理, 即用第 $n+1$ 个采样点的 z 轴分量减去第 n 个采样点对应的 z 轴分量, 得

$$P'_z(\theta_1^{n+1}) - P'_z(\theta_1^n) = r_p \sin \alpha_z \sin \alpha_{12} \Psi_n \quad (22)$$

式中, $\Psi_n = \sin(\alpha_{xy} - \theta_2^{n+1}) - \sin(\alpha_{xy} - \theta_2^n)$ 。

上述对连杆轨迹曲线在复平面上的分量和 z 轴分量的处理方法为空间RRSS机构连杆轨迹的预处理。由式(21)和式(22)可知,预处理后得到的参数包括了所有机构尺寸特征。因此,可以利用预处理后的轨迹曲线分量描述连杆轨迹曲线的特点。轨迹曲线的预处理可以为利用小波系数提取轨迹曲线的特征参数,降低图谱库中尺寸型的维度提供基础。

2.3 RRSS机构连杆轨迹曲线的小波特征参数

相比于傅里叶级数,小波系数对开区间机构输出曲线的描述更加准确。利用小波系数描述机构输出曲线,可以消除机构旋转、平移和缩放对特征参数的影响。因此,本文中利用离散小波变换理论提取连杆轨迹特征。令

$$T_{xy}^n = P'_{xy}(\theta_1^{n+1}) - e^{i\Delta\theta} P'_{xy}(\theta_1^n) \quad (23)$$

$$T_z^n = P'_z(\theta_1^{n+1}) - P'_z(\theta_1^n) \quad (24)$$

式中, $n=1, 2, \dots, 2^j$ 。根据文献[17]可知,连杆轨迹曲线采样点预处理后所得分量的Haar小波展开式可以表示为

$$H_{Pxy} = a_{xy}^{(j,1)} h_{\phi(j,1)} + \sum_{j=1}^j \sum_{l=1}^{2^{j-1}} d_{xy}^{(j,l)} h_{\psi(j,l)} \quad (25)$$

$$H_{Pz} = a_z^{(j,1)} h_{\phi(j,1)} + \sum_{j=1}^j \sum_{l=1}^{2^{j-1}} d_z^{(j,l)} h_{\psi(j,l)} \quad (26)$$

$$a_{xy}^{(j,1)} = \frac{T_{xy}^1 + \dots + T_{xy}^{2^j}}{2^j} \quad (27)$$

$$d_{xy}^{(j,l)} = \frac{T_{xy}^{2^{j-1}-2^{j-1}+1} + \dots + T_{xy}^{2^{j-1}-2^{j-1}+2^j-1}}{2^j} - \frac{T_{xy}^{2^{j-1}-2^{j-1}+1} + \dots + T_{xy}^{2^{j-1}-2^{j-1}+2^j-1}}{2^j} \quad (28)$$

$$a_z^{(j,1)} = \frac{T_z^1 + \dots + T_z^{2^j}}{2^j} \quad (29)$$

$$d_z^{(j,l)} = \frac{T_z^{2^{j-1}-2^{j-1}+1} + \dots + T_z^{2^{j-1}-2^{j-1}+2^j-1}}{2^j} - \frac{T_z^{2^{j-1}-2^{j-1}+1} + \dots + T_z^{2^{j-1}-2^{j-1}+2^j-1}}{2^j} \quad (30)$$

$$h_{\phi(j,1)} = h_{\phi} \frac{\theta_1 - \theta_0}{\theta_s} = \begin{cases} 1, & 0 \leq \frac{\theta_1 - \theta_0}{\theta_s} < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (31)$$

$$h_{\psi(j,l)} = h_{\psi} (2^{j-J} \frac{\theta_1 - \theta_0}{\theta_s} - l + 1) = \begin{cases} 1, & 0 \leq 2^{j-J} \frac{\theta_1 - \theta_0}{\theta_s} - l + 1 < \frac{1}{2} \\ -1, & \frac{1}{2} \leq 2^{j-J} \frac{\theta_1 - \theta_0}{\theta_s} - l + 1 < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (32)$$

式中, $a_{xy}^{(j,1)}$ 和 $d_{xy}^{(j,l)}$ 分别为预处理后所得复平面上分量的小波平均系数和小波细节系数; $a_z^{(j,1)}$ 和 $d_z^{(j,l)}$ 分别为预处理后所得 z 轴分量的小波平均系数和小波细节系

数; $h_{\phi(j,1)}$ 为尺度函数; $h_{\psi(j,l)}$ 为小波函数; θ_0 为机构起始角; θ_s 为输入构件转动区间。

将式(21)~式(24)代入式(27)~式(30)得

$$a_{xy}^{(j,1)} = r_p \sin \alpha_z e^{i\theta_z} \frac{\Theta_1 + \dots + \Theta_{2^j}}{2^j} + O_x + iO_y - e^{i\Delta\theta} (O_x + iO_y) \quad (33)$$

$$d_{xy}^{(j,l)} = r_p \sin \alpha_z e^{i\theta_z} \frac{\Theta_{2^{j-1}-2^{j-1}+1} + \dots + \Theta_{2^{j-1}-2^{j-1}+2^j-1}}{2^j} - r_p \sin \alpha_z e^{i\theta_z} \frac{\Theta_{2^{j-1}-2^{j-1}+1} + \dots + \Theta_{2^{j-1}-2^{j-1}+2^j-1}}{2^j} \quad (34)$$

$$a_z^{(j,1)} = r_p \sin \alpha_z \sin \alpha_{12} \frac{\Psi_1 + \dots + \Psi_{2^j}}{2^j} \quad (35)$$

$$d_z^{(j,l)} = r_p \sin \alpha_z \sin \alpha_{12} \frac{\Psi_{2^{j-1}-2^{j-1}+1} + \dots + \Psi_{2^{j-1}-2^{j-1}+2^j-1}}{2^j} - r_p \sin \alpha_z \sin \alpha_{12} \frac{\Psi_{2^{j-1}-2^{j-1}+1} + \dots + \Psi_{2^{j-1}-2^{j-1}+2^j-1}}{2^j} \quad (36)$$

分析发现,复平面上分量的小波细节系数的每一项均存在系数 $r_p \sin \alpha_z e^{i\theta_z}$; z 轴分量的小波细节系数的每一项均存在系数 $r_p \sin \alpha_z \sin \alpha_{12}$ 。因此,可以利用无量纲标准化处理的方法,消除上述系数对小波参数的影响。对分量的小波细节系数进行无量纲标准化处理,即每一项小波系数都除以 j 级小波细节系数,得

$$b_{xy}^{(j,l)} = \frac{d_{xy}^{(j,l)}}{d_{xy}^{(j,1)}} = 2^{j-J} \{ [\Theta_{2^{j-1}-2^{j-1}+1} + \dots + \Theta_{2^{j-1}-2^{j-1}+2^j-1}] - [\Theta_{2^{j-1}-2^{j-1}+1} + \dots + \Theta_{2^{j-1}-2^{j-1}+2^j-1}] \} / \{ [\Theta_1 + \dots + \Theta_{2^j-1}] - [\Theta_{2^{j-1}+1} + \dots + \Theta_{2^j}] \} \quad (37)$$

$$b_z^{(j,l)} = \frac{d_z^{(j,l)}}{d_z^{(j,1)}} = 2^{j-J} \{ [\Psi_{2^{j-1}-2^{j-1}+1} + \dots + \Psi_{2^{j-1}-2^{j-1}+2^j-1}] - [\Psi_{2^{j-1}-2^{j-1}+1} + \dots + \Psi_{2^{j-1}-2^{j-1}+2^j-1}] \} / \{ [\Psi_1 + \dots + \Psi_{2^j-1}] - [\Psi_{2^{j-1}+1} + \dots + \Psi_{2^j}] \} \quad (38)$$

由式(37)和式(38)中可知,连杆轨迹曲线的小波特征参数只与 Θ_n 和 Ψ_n 有关,而 Θ_n 和 Ψ_n 是输入角 θ_1 、连杆转角 θ_2 、 P 点位置参数 α_{xy} 以及机构尺寸型 α_{12} 的函数。并且连杆转角 θ_2 只与 a_1 、 S_2 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 S_1 、 α_{12} 有关。因此,只有上述参数变化会对连杆轨迹曲线的小波特征参数产生影响,其他参数的变化不影响连杆轨迹的小波特征参数。本文中定义 S_1 、 S_2 、 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 α_{12} 、 α_{xy} 为RRSS机构的基本尺寸型。由于上述分析是针对特殊安装位置的空间RRSS机构(机构的安装角度只有绕 z 轴旋转角度),考虑到一般安装位置机构,图谱库中加入机架绕 x 轴旋转角度 θ_x 和绕 y 轴旋转角度 θ_y 。利用上述基本尺寸型以及两安装角度参数建立数值图谱库,可以极大地降低

图谱库的维度,从而提高尺度综合效率。

3 空间 RRSS 机构尺寸参数的匹配和计算方法

根据文献[18],建立基本尺寸型数据库。其中, S_1 、 S_2 、 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 的总长为200,变化步长为5; α_{12} 和 α_{xy} 的变化步长为 5° , α_{12} 的变化区间为 $[0^\circ \sim 90^\circ]$, α_{xy} 的变化区间为 $[0^\circ \sim 180^\circ]$;安装角度 θ_x 和 θ_y 的变化步长为 6° ,变化区间分别为 $[0^\circ \sim 180^\circ]$ 和 $[0^\circ \sim 360^\circ]$ 。在此基础上,建立RRSS机构连杆轨迹曲线的数值图谱库。为增加机构类型,对基本尺寸型数据库中存储的机构参数进行筛选,选取在给定的设计区间内没有缺陷的RRSS机构(包括双摇杆机构),并根据给定设计区间提取机构的连杆轨迹采样点。在此基础上,根据所得采样点,利用式(27)~式(30)以及式(37)和式(38)提取连杆轨迹曲线的小波特征参数。最后,将小波特征参数存储于数据库中,建立RRSS机构连杆轨迹曲线的小波特征参数数据库。利用模糊识别理论,通过比较给定设计条件的小波特征参数与图谱库中存储的小波特征参数之间的误差,可以得到目标机构的尺寸参数。

由于数值图谱库中存储的机构基本尺寸型和安装参数是离散的,在所得目标机构参数的附近可能存在更优解。因此,本文中利用遗传算法在得到的目标机构参数附近进行更优解搜索。进而,根据给定设计要求的小波系数和图谱库中匹配识别出的机构尺寸型的小波系数的关系,计算目标机构的尺寸参数。具体步骤如下:

(1) 通过在数据库中匹配识别,可以得到目标机构的尺寸参数: S_1 、 S_2 、 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 α_{xy} 、 α_{12} ,以及机构安装角度参数 θ_x 和 θ_y 。根据式(35)可以得到

$$r_p \sin \alpha_z = \frac{a_z^{(j,1)}}{a_z'^{(j,1)}} \quad (39)$$

式中, $a_z^{(j,1)}$ 为给定设计条件的 z 轴分量小波平均系数; $a_z'^{(j,1)}$ 为匹配识别出的目标机构尺寸参数生成机构的 z 轴分量小波平均系数。

(2) 根据式(34),利用给定设计条件的复平面分量小波细节系数和目标机构尺寸参数生成机构的复平面分量小波细节系数的关系,可以求解出机构安装角度 θ_z ,为

$$e^{i\theta_z} = \frac{d_{xy}^{(j,1)}}{r_p \sin \alpha_z d_{xy}'^{(j,1)}} \quad (40)$$

式中, $d_{xy}^{(j,1)}$ 为给定设计条件的复平面分量小波细节系数; $d_{xy}'^{(j,1)}$ 为匹配识别出的目标机构尺寸参数生成机构的复平面分量小波细节系数。

(3) 根据式(33),利用复平面分量小波平均系数,可以求解出机构安装位置参数 O_x 和 O_y ,有

$$O_x + iO_y = \frac{a_{xy}^{(j,1)} - r_p \sin \alpha_z e^{i\theta_z} a_{xy}'^{(j,1)}}{1 - e^{i\theta_z}} \quad (41)$$

式中, $a_{xy}^{(j,1)}$ 为给定设计条件的复平面分量小波平均系数; $d_{xy}'^{(j,1)}$ 为匹配识别出的目标机构尺寸参数生成机构的复平面分量小波平均系数。

(4) 根据式(16)和式(17),利用采样点在复平面和 z 轴上的分量,结合所得目标机构的尺寸参数和安装参数建立方程组,计算出目标机构的安装位置参数 O_z 和 $r_p \cos \alpha_z$ 。进而,结合式(39)可以得到目标机构的 P 点位置参数 r_p 和 $\cos \alpha_z$ 。最终得到目标机构的全部尺寸参数和安装参数。

4 算例

为了验证提出方法的有效性,在算例中,以参数方程生成曲线为给定设计要求,利用本文中提出的方法对目标机构进行轨迹综合。给定轨迹曲线的参数方程如下:

$$\begin{cases} x = 180\gamma/\pi \\ y = 10\sin \gamma \\ z = 10\cos \gamma \end{cases} \quad (42)$$

式中, $\gamma \in [\pi/18, 8\pi/18]$ 。

利用本文中提出的RRSS机构开区间设计要求轨迹综合方法,对目标机构进行设计。首先,根据设计要求,利用数值图谱库对目标机构的基本尺寸型及安装角度参数进行匹配识别;进而,利用遗传算法对所得机构参数进行优化,遗传代数为2 000,初始种群规模为1 000;然后,根据优化后的机构参数,对目标机构的其他机构尺寸参数和安装参数进行计算;最后,得到目标机构的全部尺寸参数和安装参数。最优结果如表1所示(η 为曲线结构误差)。数据库的建立及匹配识别共用时526.76 s。图3所示为综合结果与给定设计要求的对比图,其中,实线为给定设计要求,圆点为综合结果生成机构的输出连杆轨迹曲线。根据综合结果可知,利用本文中提出的方法可以在较短的设计周期内得到精度较高的综合结果。

表1 综合结果

Tab. 1 Synthesis results

a_1/mm	a_2/mm	a_3/mm	a_4/mm	S_1/mm
243.43	3 872.47	3 455.70	2 471.57	6 436.30
S_2/mm	r_p/mm	α_{12}/rad	α_{xy}/rad	α_z/rad
173.54	297.18	4.60	4.63	5.33
θ_x/rad	θ_y/rad	θ_z/rad	O_x/mm	O_y/mm
4.93	3.95	4.84	5.39	12.11
O_z/mm	θ_0/rad	θ_s/rad	η/mm	

续表

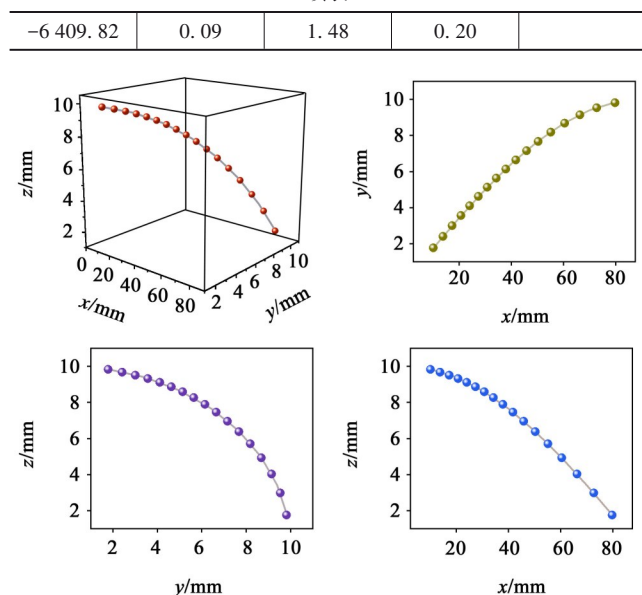


图 3 综合结果与给定设计要求的对比图

Fig. 3 Comparison graph of synthesis results and given design requirements

5 结论

利用预处理、小波变化、无量纲标准化处理方法对空间 RRSS 机构的连杆轨迹曲线的特征进行提取,从而将 16 维的空间 RRSS 机构轨迹综合问题转化为 10 维机构参数检索问题和 6 维机构参数计算问题,极大地降低了图谱库的维度,提高了计算效率和设计精度。结合遗传算法,给出了机构参数的优化方法。在此基础上,建立了计算机机构尺寸的理论公式。为开区间设计要求的空间 RRSS 机构轨迹综合提供了一个有效方法。本文中提出的方法同样适用于其他空间连杆机构开区间设计要求的轨迹综合问题的求解,可以为建立内容和形式上统一的空间连杆机构轨迹综合方法提供理论基础。

参 考 文 献

- [1] HAN J Y, LIU W P. On the solution of eight-precision-point path synthesis of planar four-bar mechanisms based on the solution region methodology [J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2019, 11(6): 1-18.
- [2] PEÓN-ESCALANTE R, JIMÉNEZ C F, SOBERANIS A E M, et al. Path generation with dwells in the optimum dimensional synthesis of stephenson III six-bar mechanisms [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2020, 144: 103650.
- [3] LEE W T, RUSSELL K. Developments in quantitative dimensional synthesis (1970-present): four-bar path and function generation [J]. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2018, 26(9): 1280-1304.
- [4] 刘文瑞, 孙建伟, 褚金奎. 基于小波特征参数的平面四杆机构轨迹综合方法[J]. *机械工程学报*, 2019, 55(9): 18-28.
LIU Wenrui, SUN Jianwei, CHU Jinkui. Synthesis method for path generation of a planar four-bar mechanism based on the wavelet feature

- parameters[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55(9): 18-28.
- [5] BAI S P. Algebraic coupler curve of spherical four-bar linkages and its applications [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2021, 158: 104218.
- [6] SHIRAZI K H. Computer modelling and geometric construction for four-point synthesis of 4R spherical linkages [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2006, 31(9): 1874-1888.
- [7] 曹阳, 韩建友. 基于解域的四位置空间 RCCC 机构综合[J]. *农业机械学报*, 2016, 47(8): 399-405.
CAO Yang, HAN Jianyou. Synthesis of RCCC linkage to visit four given positions based on solution region [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2016, 47(8): 399-405.
- [8] ALI H, MURRAY A P, MYSZKA D H. The synthesis of function generating mechanisms for periodic curves using large numbers of double-crank linkages [J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2017, 9(3): 031002.
- [9] RUSSELL K, SODHI S R. Instant screw axis point synthesis of the RRSS mechanism [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2002, 37: 1117-1126.
- [10] SANCIBRIAN R, SARABIA E G, SEDANO A, et al. A general method for the optimal synthesis of mechanisms using prescribed instant center positions [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2016, 40(3): 2206-2222.
- [11] LIN S, WANG H C, LIU J S, et al. Geometric method of spatial linkages synthesis for function generation with three finite positions [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2018, 140(8): 082303.
- [12] 路懿, LEINONEN T. 平面四杆机构高阶和复合点阶综合的 CAD 几何法 [J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2002, 14(8): 772-777.
LU Yi, LEINONE T. CAD geometric approach for higher-order and combined point-order approximate synthesis [J]. *Journal of Computer Aided Design and Computer Graphics*, 2002, 14(8): 772-777.
- [13] LIN S, WANG H C, ZHANG Y, et al. Kinematic geometry description of a line with four positions and its application in dimension synthesis of spatial linkage [J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2020, 12(3): 031006.
- [14] SUN J W, CHU J K, SUN B Y. A unified model of harmonic characteristic parameter method for dimensional synthesis of linkage mechanism [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2012, 36(12): 6001-6010.
- [15] 丁健生, 刘文瑞, 孙建伟. 平面四杆机构少位置设计要求特征提取方法 [J]. *机械传动*, 2018, 42(12): 59-63.
DING Jiansheng, LIU Wenrui, SUN Jianwei. Feature extraction method for planar four-bar mechanism with design requirement of finitely separated position [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2018, 42(12): 59-63.
- [16] 聂雪华, 王枫红. 采用傅里叶描述子提取连杆曲线特征参数的方法研究 [J]. *机械传动*, 2015, 39(6): 49-53.
NIE Xuehua, WANG Fenghong. Research of the linkage curve characteristic parameter extracting method by using Fourier descriptor [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2015, 39(6): 49-53.
- [17] LIU W R, SUN J W, CHU J K. Synthesis of a spatial RRSS mechanism for path generation using the numerical atlas method [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2020, 142(1): 1-39.
- [18] SU H, COLLINS C L, MCCARTHY J M. Classification of RRSS linkages [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2002, 37(11): 1413-1433.

收稿日期: 2021-06-17