

变厚度齿圈柔轮空间变形规律研究

王玉琦¹ 陈晓霞^{1,2} 邢静忠^{1,2} 姚云鹏¹

(1 天津工业大学 机械工程学院, 天津 300387)

(2 天津工业大学 天津市现代机电装备技术重点实验室, 天津 300387)

摘要 鼓形齿可改善齿面间的啮合状态,提高谐波齿轮的负载能力。为揭示鼓形径向修形形成的变厚度齿圈柔轮的变形规律,提出了变中面半径齿圈的空间变形理论计算方法。推导出轴向中面半径变化的齿圈中线的径向、周向及转角位移公式。建立了包含真实齿廓的参数化实体单元杯形柔轮有限元模型,通过接触分析计算了齿圈轴向前、中、后横截面内的中线变形;齿圈各截面的有限元结果与理论值吻合良好。通过与等厚度齿圈模型对比,研究了变厚度齿圈的空间变形特征。结果表明,变厚度齿圈加剧了母线的非线性特征;从中截面到后截面的长轴区母线和从前截面到中截面的短轴区的母线非线性特征更显著。

关键词 变厚度齿圈 柔轮 谐波齿轮 空间变形 实体单元有限元模型

Research on Spatial Deformation of Flexspline with Variable Thickness Tooth Ring

Wang Yuqi¹ Chen Xiaoxia^{1,2} Xing Jingzhong^{1,2} Yao Yunpeng¹

(1 School of Mechanical Engineering, Tiangong University, Tianjin 300387, China)

(2 Tianjin Key Lab of Modern Mechatronics Equipment Technology, Tiangong University, Tianjin 300387, China)

Abstract Crowned tooth can improve the meshing state between tooth surfaces and enhance the load capacity of harmonic gears. In order to reveal the deformation law of the flexspline with variable thickness of tooth ring formed by the radial modification of drum shape, a theoretical method of spatial deformation of the gear with variable neutral layer radius is proposed. The formulas of radial, circumferential and angular displacements of the neutral line of the gear ring with the axial midface radius changing are derived. A parametric solid unit element finite element model of cup type flexspline with real tooth profile is established, and the neutral line deformation in the forward, middle and back cross sections of the tooth ring is calculated by contact analysis. The finite element results of each section of the tooth ring agree well with the theoretical values. The spatial deformation characteristics of variable thickness tooth ring are studied by comparing with the model of equal thickness tooth ring. The results show that the nonlinear characteristics of the generatrix are aggravated by the variable thickness ring. The nonlinear characteristics of the generatrix in the long axis region from the middle section to the back section and the generatrix in the short axis region from the front section to the middle section are more significant.

Key words Variable thickness tooth ring Flexspline Harmonic gear Spatial deformation Solid unit finite element model

0 引言

谐波齿轮传动是20世纪50年代末由美国学者Musser发明的一种传动技术^[1],因其具有传动比大、体积小、承载能力强、传动精度高和回差小等众多优点,被广泛应用于航空航天^[2]、仪器仪表^[3]、机器

人^[4]等领域。

谐波齿轮传动依靠柔轮周期性弹性变形来实现力和运动的传递,柔轮变形直接影响着传动精度和啮合性能。为提高负载能力,采用齿廓径向修形可改善齿面间的负载啮合状态。由此形成的变厚度齿圈柔轮的变形规律研究是啮合分析和齿廓设计的基础。

针对柔轮平面齿廓设计,伊万诺夫^[5]^[80-90]把齿圈简化为等厚度圆环,提出了平面圆环理论计算齿圈的变形和应力;随后,沈允文等^[6]^[1-16]提出了用等厚度的壳体模型计算柔轮变形和应力;董惠敏等^[7]在文献^[5]^[80-90]、文献^[6]^[1-16]的基础上,将齿圈简化为等效厚度壳体单元柔轮有限元模型,并进行了实验验证^[7];Dong 等^[8]提出了一种描述柔轮空间变形的方

法,结合具体算例揭示出柔轮变形具有空间特性。将传动荷载作用在轮齿上,Chen 等^[9-10]利用壳单元筒体与梁单元齿体相结合的有限元模型,通过接触分析研究了装配状态下柔轮的空间变形;姚云鹏等^[11]在进行柔轮的变形和应力分析时,构造了具有详细齿形的实体齿圈和杯形柔轮模型,研究轮齿对装配应力的影响,推导出含轮齿柔轮齿圈的弯曲刚度公式和应力集中系数公式。姜歌东等^[12]针对单向共轭方法的一些不足,提出了一种双向共轭设计方法,实现了多点啮合,使啮合性能得到提高;董惠敏等^[13]提出一种基于轮齿瞬心线的成对双圆弧齿形设计方法,并通过啮合仿真,验证了所设计齿形具有良好的啮合性能;时志奇等^[14]对三圆弧齿形进行了齿廓共轭设计,以柔轮齿廓参数为变量进行优化,增大了共轭区间。

装配状态下柔轮的锥度变形使柔轮平面齿廓与理论位置产生偏差。张宁等^[15]对柔轮齿廓进行优化,并表明优化后谐波减速器的寿命提升超过 20%;邹创等^[16]基于柔轮受力和变形特性,以柔轮的径向变形量和啮合区间为目标函数,利用遗传算法与罚函数法实现了啮合参数的优化设计;Ishikawa 等^[17]提出了对柔轮轮齿在主截面以外的其他截面进行刀具的径向变位,形成变厚度齿圈的空间齿廓,改善了柔轮和刚轮齿面间的啮合状态,提高了负载能力;吴上生等^[18]对柔轮空间齿廓设计及制造工艺进行研究,沿齿长方向进行径向修形,形成了柔轮变厚度齿圈。

通过合理设计变厚度齿圈的径向修形量,可消除杯形柔轮锥度变形引起的非设计截面出现的轮齿干涉,增大齿面接触区域。目前,需要对变厚度齿圈柔轮的变形计算方法及其变形规律进一步深入研究,为后续的啮合分析和齿廓设计提供更准确的依据。

为揭示变厚度齿圈柔轮的变形规律,本文中基于设计截面的中线变形,提出了变中面半径齿圈的空间变形理论计算方法。推导出轴向中面半径变化的齿圈中线的径向、周向及转角位移公式。建立包含真实齿廓的参数化实体单元杯形柔轮有限元模型,定义柔轮内壁与波发生器外表面之间的接触关系,计算了模拟柔轮装配状态。沿齿圈轴向前、中、后

特征位置定义周向路径,提取了路径上的径向、周向以及转角位移。与理论结果对比分析了变中面半径齿圈的变形特征;建立等厚度齿圈模型,进行对比研究,揭示了变厚度齿圈的空间变形特征。

1 柔轮的空间变形

柔轮变形是齿廓设计的基础,也是空载和负载啮合分析的前提。当前,设计截面的柔轮变形可由波发生器廓线的等距线确定。偏离设计截面的柔轮变形需要基于直母线假定和中线不伸长条件求得。

1.1 柔轮齿圈的设计截面变形

1.1.1 柔轮装配状态

如图 1 所示,谐波齿轮中,柔轮主要由圆柱外齿轮的齿圈结构 1 和薄壁圆筒结构 2 两部分组成。在与波发生器 3 装配后,在波发生器长轴的柔轮齿圈剖面沿轴向呈现锥度变形状态。

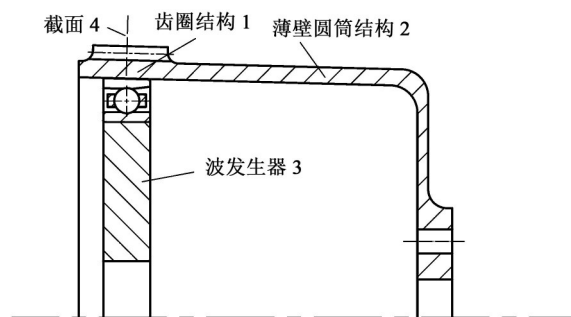


图 1 柔轮锥度变形示意图

Fig. 1 Diagram of flexspline taper deformation

波发生器滚珠作用位置(设计截面 4)的中线变形由波发生器类型决定。本文中以前使用最广泛的椭圆波发生器为例,对柔轮齿圈的中线变形进行研究。

1.1.2 波发生器作用下设计截面的中线变形

在椭圆凸轮波发生器作用下,设计截面 4 的中线变形如图 2 所示。图 2 中, r_m 为变形前的中线半径; w_0 为最大径向变形量; $\rho(\varphi)$ 为变形后任意 φ 角位置处的矢径; $w(\varphi)$ 为任意 φ 角位置处的径向变形量。

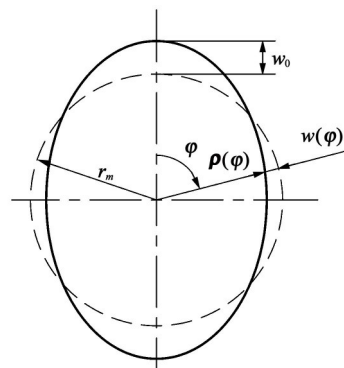


图 2 设计截面中线变形示意图

Fig. 2 Schematic diagram of central line deformation of design section

在椭圆波发生器作用下, 齿圈设计截面中线由半径为 r_m 的圆变为极径, 即为

$$\rho = \frac{ab}{\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}} \quad (1)$$

的椭圆曲线。

式中, 椭圆的长轴 a 、短轴 b 分别为

$$a = r_m + w_0 \quad (2)$$

$$b = \frac{12r_m - 7a + 4\sqrt{a(3r_m - 2a)}}{9} \quad (3)$$

则任意 φ 位置处中线的径向位移为

$$w(\varphi) = \rho(\varphi) - r_m \quad (4)$$

在波发生器作用下, 柔轮中线在发生径向变形的同时, 产生周向位移 v 及轮齿对称轴相对于矢径的转角位移(图3)。在装配过程中, 轮齿由变形前 φ 角位置移动到变形后 φ_1 角位置。

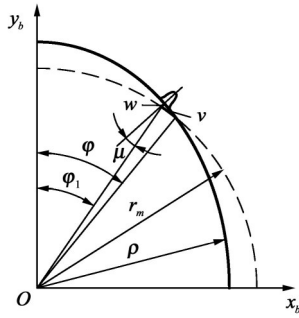


图3 齿圈设计截面的变形曲线与轮齿位移关系

Fig. 3 Relationship between deformation curve of gear ring design section and tooth displacement

依据柔轮中线不伸长条件, 变形前弧长等于变形后弧长, 即

$$r_m \varphi = \int_0^{\varphi_1} \sqrt{\rho^2 + \dot{\rho}^2} d\varphi_1 \quad (5)$$

基于文献[19]中的精确算法, 对式(5)数值求解可得装配变形后轮齿位置 φ_1 。装配变形引起的周向位移为

$$v = -(\varphi_1 - \varphi)r_m \quad (6)$$

轮齿对称线相对于矢径偏转的角度为

$$\mu = -\arctan \frac{\dot{w}(\varphi)}{r_m + w(\varphi)} \quad (7)$$

1.2 等厚度齿圈柔轮的空间变形

等厚度齿圈柔轮的齿圈中线半径沿轴向与设计截面相同。在装配状态下, 基于直母线假定可得任意 z 位置的最大径向位移为

$$w_0'(z) = \frac{w_0 z}{l_0} \quad (8)$$

式中, l_0 为齿圈设计截面至杯底的轴向距离。

将式(8)代入式(2)、式(3)和式(1), 可得任意 z 位置截面的中线矢径 $\rho(\varphi, z)$ 。等厚度齿圈中线的径向、周向位移及其转角分别为

$$\left. \begin{aligned} w(\varphi, z) &= \rho(\varphi, z) - r_m \\ v(\varphi, z) &= -(\varphi_1 - \varphi)r_m \\ \mu(\varphi, z) &= -\arctan \frac{\dot{w}(\varphi, z)}{r_m + w(\varphi, z)} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

1.3 变中线半径柔轮的空间变形

按照分段径向线性修形来实现柔轮轮齿的空间齿廓设计, 自然形成变厚度齿圈。为准确描述变厚度齿圈的变形, 提出了一种变中面半径的柔轮结构模型(图4)。图4中, l_1 和 b 分别为柔轮筒长和齿圈宽度; r_m 和 $r_p(z)$ 分别为齿圈设计截面和轴向任意 z 位置截面的中线半径; $\delta_p(z)$ 为 z 处齿圈壁厚的径向改变量。

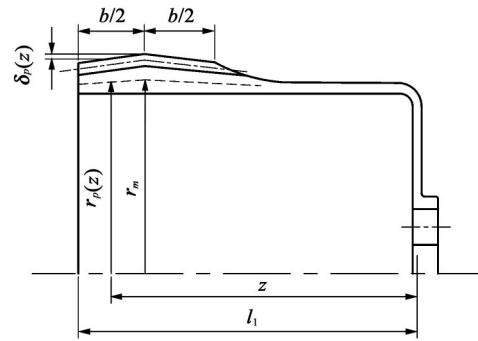


图4 变中线半径柔轮剖面结构示意图

Fig. 4 Section structure diagram of flexspline with variable center line radius

根据直母线假定, 变厚度齿圈中面沿轴向任意 z 位置的最大径向位移为

$$w_p(z) = \frac{w_0 z}{l_1 - b/2} \quad (10)$$

当 $z=l_1-b/2$ 时, $w_p(z)=w_0$, 为设计截面。

任意 z 位置处齿圈的中线半径为

$$r_p(z) = r_m - \frac{\delta_p(z)}{2} \quad (11)$$

当 $z=l_1-b/2$ 时, $\delta_p(z)=0$, 中线半径 $r_p=r_m$ 。

沿轴向任意 z 位置中线变形函数为

$$\left. \begin{aligned} w(\varphi, z) &= \rho(\varphi, z) - r_p(z) \\ v(\varphi, z) &= -(\varphi_1 - \varphi)r_p(z) \\ \mu(\varphi, z) &= -\arctan \frac{\dot{w}(\varphi, z)}{r_p(z) + w(\varphi, z)} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

2 参数化有限元模型的建立

2.1 柔轮的双圆弧齿廓结构及其参数

柔轮采用如图 5 所示圆弧齿廓。齿廓段由 AB 、 BC 、 CD 、 DF 共 4 段圆弧光滑连接而成。 A 点为 AB 段与半径为 r_a 的齿顶圆的交点， F 点为 DF 段与半径为 r_f 的齿根圆的交点， G 点为轮齿对称线与半径为 r_0 的分度圆的交点。 R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_4 分别对应各齿廓段圆弧半径， h_1 、 h_2 分别对应 B 、 C 两点距离 G 点的径向高度， s 为柔轮齿厚， η 为 BC 段与分度圆交点位置处的切线与 y_f 轴的夹角， $\eta=9.9^\circ$ 。齿廓参数如表 1 所示。

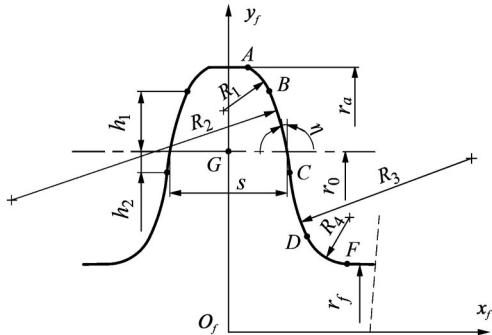


图 5 柔轮双圆弧齿廓

Fig. 5 Double circular arc tooth profile of flexspline

表 1 柔轮双圆弧齿廓参数

Tab. 1 Double circular arc profile parameters of flexspline

符号	数值/mm	符号	数值/mm
r_a	31.395	R_2	0.793
r_f	31.950	R_3	0.516
r_0	31.712	R_4	0.132
s	0.332	h_1	0.169
R_1	0.142	h_2	0.066

2.2 杯形柔轮的结构参数

以 25-120 型号柔轮为例，柔轮齿数 $z_1=240$ ；设计截面的最大径向变形量 $w_0=0.264\text{ mm}$ ；弹性模量 $E=210\text{ GPa}$ ；泊松比 $\mu=0.3$ 。柔轮结构如图 6 所示，主要包括变厚度齿圈、齿圈与筒体圆弧连接段以及杯底。柔轮参数如表 2 所示。

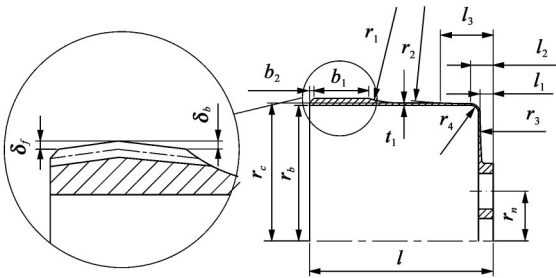


图 6 柔轮结构剖面图

Fig. 6 Sectional view of flexspline structure

表 2 柔轮结构参数

Tab. 2 Structural parameters of flexspline

符号	数值/mm	符号	数值/mm
l	33.7	r_2	100.910
l_1	2.4	r_3	127.710
l_2	4.2	r_4	1.520
l_3	9.7	r_b	30.690
b_1	10.0	r_n	18.250
b_2	0.2	t_1	0.285
r_c	31.1	δ_f	0.104
r_1	20.0	δ_b	0.105

2.3 实体有限元模型与网格划分

为反映实际变形特征，对柔轮结构不作简化。由局部到整体，采用齿体-齿圈-筒体-整机的建模顺序。建模时采用自底向顶的建模方式，通过创建点-线-面，生成柔轮单齿体中截面；然后，在齿圈前、后端面位置分别定义壁厚径向改变量为 δ_f 和 δ_b 的轴向拉伸路径，将中截面沿路径拉伸得到单齿体几何模型；最后，生成前倒角和后圆弧连接部分。

由于谐波齿轮传动中齿廓数据和结构数据差异大，在网格划分前需要对齿体模型合理分配区域，采用映射网格方法剖分各区域。六面体单元的齿体模型如图 7 所示。在极坐标下，将齿体模型周向阵列柔轮齿数 z_1 份，得到柔轮齿圈。根据图 6 所示几何特征，建立如图 8 所示的实体单元柔轮整体模型。波发生器简化为刚性椭圆柱面，同样采用映射网格。

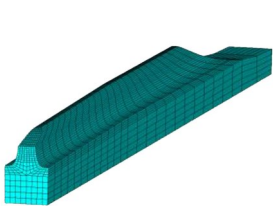


图 7 实体单元单齿模型
Fig. 7 Solid element single tooth model



图 8 柔轮整体模型
Fig. 8 Overall model of flexspline

2.4 建立接触与施加约束

(1) 建立接触关系：装配状态下，波发生器外表面与柔轮内壁面接触，迫使柔轮变形。因此，定义接触关系时，选用面-面接触表征柔轮与波发生器之间的接触特性。将波发生器的外表面视为刚性面，定义为目标单元；柔轮内壁被视为柔性接触面，定义为接触单元。

(2) 定义位移边界条件：将波发生器和柔轮杯底圆孔内侧的所有节点施加全位移约束。

3 变形后中线的理论径向位置

3.1 等厚度和变厚度齿圈中线的理论径向位置

矢径 ρ 表示柔轮变形后中线的径向位置,是齿廓设计中轮齿定位的重要几何参数,齿圈厚度改变时,最直观体现在中线径向位置的变化。图9所示为基于式(9)、式(12)理论计算在波发生器作用下柔轮齿圈前(Front)、中(Middle)、后(Behind)等3个截面中线的径向位置。图9中,横坐标表示极角位置, $\varphi=0^\circ$ 和 90° 分别为波发生器长轴和短轴,纵坐标表示矢径 ρ 值,中截面为设计截面。从图9中可以看出,等厚度齿圈(Equal)和变厚度齿圈(Variety)中截面的矢径相同。等厚度齿圈在长轴区 $[0^\circ \sim 45^\circ]$ 前截面的矢径大于中截面,后截面的矢径小于中截面;在短轴区 $[45^\circ \sim 90^\circ]$,变形规律相反。长轴区为谐波齿轮啮合区,锥度变形使两齿面间形成点接触啮合。

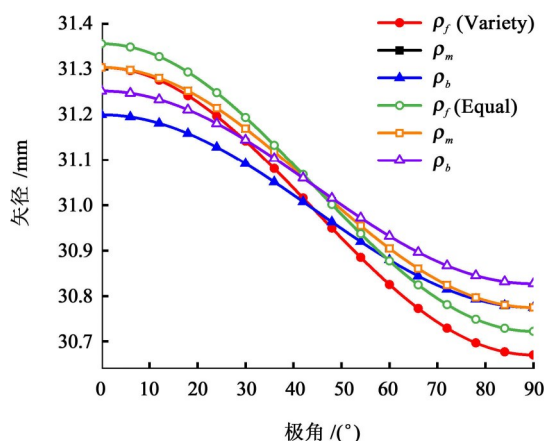


图9 等厚度和变厚度齿圈中线的理论径向位置

Fig. 9 Theoretical radial position of center line of equal thickness and variable thickness gear ring

为了实现线接触传动,改变柔轮齿圈厚度,齿圈中线在长轴 $\varphi=0^\circ$ 处从前截面到中间截面的矢径相同,使前截面到中间截面上的轮齿能够同时参与啮合。在短轴 $\varphi=90^\circ$ 处,从后截面到中截面矢径相等。

3.2 变厚度齿圈中线的径向位置对比

有限元模型以设计截面达到理论最大径向变形量为条件,为消除轴向位移的影响,合理配置波发生器位置并进行求解。图10所示为本文中变厚度齿圈柔轮有限元模型获得的中线变形后的矢径与式(12)计算的理论结果对比图。图10中显示在整个区间内,齿圈各截面的有限元与理论矢径数值结果非常接近,曲线变化规律相同。表明本文中变中线半径柔轮变形的理论计算方法非常贴近实际。

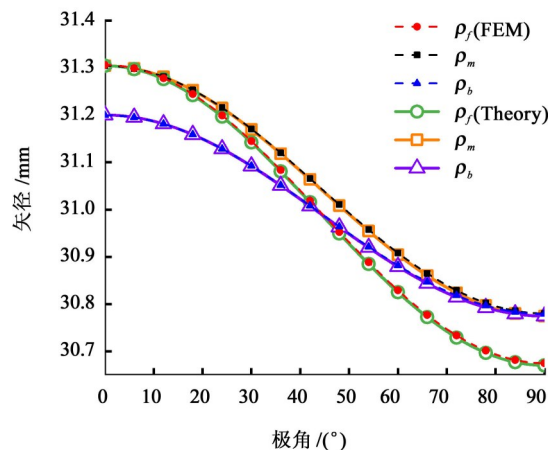


图10 变厚度齿圈中线径向位置对比

Fig. 10 Comparison of radial position of center line of variable thickness gear ring

4 齿圈厚度改变对柔轮变形的影响

从图9中可以看出,变厚度齿圈的柔轮可以通过改变齿圈厚度来调整变形后轮齿的径向位置,这一特征为空间齿廓设计提供了实现的可能性。在谐波齿轮齿廓设计中,轮齿定位需要中线径向、周向以及转角位移3个基本参数。

在理论计算时,各轮齿定位参数根据柔轮直母线和中线不伸长假定求得,依据假定求得的计算结果与实际变形之间存在偏差。为揭示变厚度齿圈柔轮实际变形后的轮齿位置与理论计算间的偏差,基于求解后的柔轮有限元模型,在柔轮齿圈前、中、后位置共定义3条从长轴到短轴的圆周路径,提取各条路径上中线的位移结果。由于谐波齿轮中柔轮轮齿的尺寸和波发生器作用下的柔轮齿圈的装配变形是一个量级,它们远小于柔轮筒体的结构尺寸;同时,齿圈厚度的改变量又远小于轮齿的尺寸。为清晰显示对比结果,将有限元模型接触分析求得的径向、周向以及转角位移减去式(9)、式(12)计算的理论解,得到不同轴向位置中线上的各位移差值,分析齿圈厚度变化对径向、周向以及轮齿转角位移的影响。

4.1 径向位移差值对比

图11所示为等厚度齿圈和变厚度齿圈柔轮模型在前、中、后3个截面上的径向位移减去式(9)、式(12)的径向位移理论解后位移差值的变化规律。两种模型的3个截面上的径向位移差值随极角增大呈现单调递增的变化规律。

中截面为波发生器作用位置,在长轴处强制达到设计最大径向变形,差值为0,偏离长轴的其他位置的径向位移差值都为正,表示有限元模型计算的径向位移都大于理论解,最大偏差发生在短轴处,

为 $6\text{ }\mu\text{m}$,这是由于:①在实际变形中,齿圈中线沿周向存在伸长^[20];②有限元模型的轮齿对中线变形的影响无法在理论解中求解;③在理论求解时,柔轮变形依据了平剖面假定^{[6]52-55};但由于柔轮存在锥度变形,随极角增大,实际接触位置沿轴向不断变化,为一空间螺旋状的曲面,使有限元模型的径向位移大于理论解。

相对于中截面,前截面在 $[0^\circ\ 65^\circ]$ 区间的径向位移差值大于中截面的位移偏差,在短轴附近小于中截面的偏差。后截面在 $[0^\circ\ 27^\circ]$ 区间,差值为负,表示该区间有限元模型的结果小于理论解;在其余区间差值为正。在整个区间,后截面的径向位移差值小于中截面的位移偏差。

对比两种模型发现,在 $[0^\circ\ 40^\circ]$ 区间,变厚度模型前、后截面上的径向位移差值大于等厚度模型的结果,表示变厚度齿圈齿体沿轴向的弯曲刚度降低。在 $[40^\circ\ 60^\circ]$ 区间,径向位移差值变化较小;表示此区间内齿圈厚度变化对中线的径向变形影响不大。而在 $[60^\circ\ 90^\circ]$ 区间,径向位移差值曲线降低,变化量较大;由于该区域通常为非啮合区间,对传动性能影响不大。

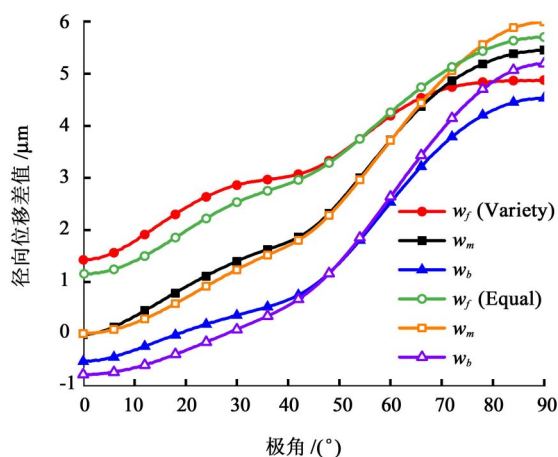


图11 径向位移差值结果对比

Fig. 11 Comparison of radial displacement difference results

4.2 周向位移差值对比

图12所示为两种模型3个截面上的周向位移差值。由于中线伸长和柔轮锥度变形影响,周向位移差值在长轴区为正,前截面偏差最大,中截面次之,后截面最小;在短轴区为负,中截面和后截面的周向位移差值较大,前截面相比较小。差值曲线呈现增长-下降-反向增长的变化趋势。变厚度模型周向位移差值在前、后截面均大于等厚度模型的结果,说明变厚度齿圈的抗拉压刚度降低,周向位移在前截面和后截面的有限元模型结果增大。变厚度齿圈的周向位移差值在整个区间上略小于等厚度齿圈结果。从图12中

可以看出,长轴区 $[0^\circ\ 45^\circ]$ 前截面的周向位移差值最大,理论解低估了前截面上轮齿的周向变形。

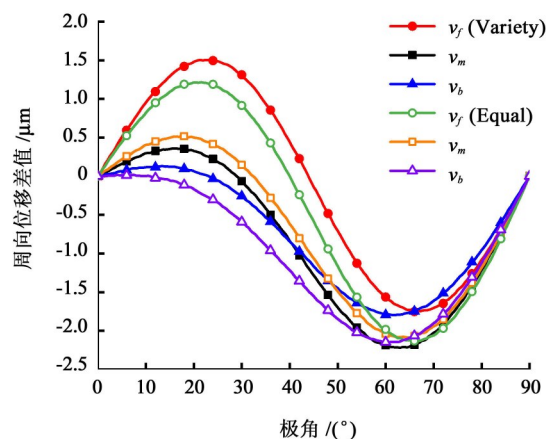


图12 周向位移差值结果对比

Fig. 12 Comparison of circumferential displacement difference results

4.3 转角位移差值对比

图13所示为两种模型3个截面上的转角位移差值。对于等厚度齿圈,在 $[0^\circ\ 40^\circ]$ 区间,有限元模型结果与理论结果相差不大;在 $[40^\circ\ 90^\circ]$ 区间,转角位移差值为负,前截面偏差最大,中截面次之,后截面最小;这表示理论计算高估了轮齿对称面的转动量。在整个区间,变厚度齿圈转角位移差值在3个截面上均大于等厚度模型结果;中截面转角位移差值变化量较小,前、后截面的变化量较大。

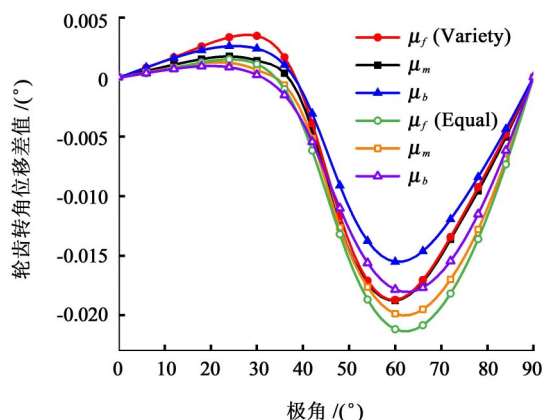


图13 轮齿转角差值结果对比

Fig. 13 Comparison of tooth angle difference results

5 变厚度结构对母线径向变形的影响

在柔轮齿圈中线变形分析时,前、后截面的径向位移理论解是基于直母线假定计算的。由图11中可以看出,整个区间上,径向位移差值呈非线性变化。为揭示母线实际变形特征,在有限元模型的齿圈中面,沿极角 $\varphi=0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 和 90° 定义轴向路径,沿轴向截取10个截面,获取路径上各截面中线径向位移。用有限元模型径向位移减去理论解得到

的位移差值来反映等厚度齿圈和变厚度齿圈柔轮模型在不同极角位置的母线变形特征。图 14 所示为不同极角路径上径向位移差值沿齿圈轴向的变化规律。

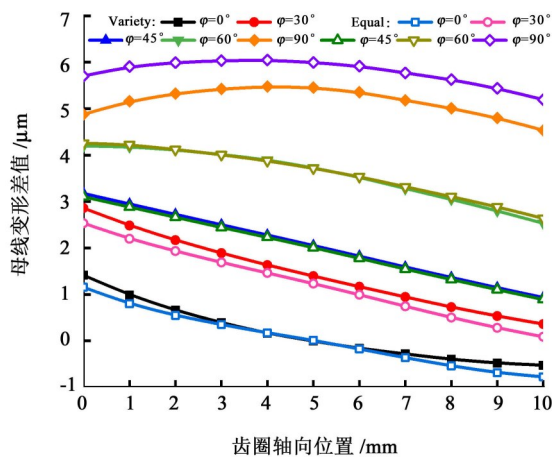


图 14 不同极角位置的母线变形特征

Fig. 14 Deformation characteristics of generatrices at different polar angles positions

在图 14 中, 横坐标 0、5、10 分别对应于齿圈前、中、后 3 个横截面位置。当极角 φ 为 45° 时, 母线变形为一条斜率恒定的直线, 且等厚度和变厚度齿圈两条线完全重合, 表示此处柔轮母线变形符合直母线假定。其余极角路径上母线均沿轴向呈非线性变化, 且随极角位置不同而改变。在极角 φ 分别为 0° 、 30° 时, 母线变形为下凹的曲线, 后截面变化较大; 当极角 φ 分别为 60° 、 90° 时, 母线变形为上凸的曲线, 且前截面变化量较大, 后截面较小。

变厚度齿圈加剧了整个区间内母线的非线性特征。在长轴处前、后截面的差值变化较大; 在短轴处轴向各位置径向位移差值均出现偏差, 其中前截面变化最大。

6 结论

(1) 提出了变中线半径柔轮空间变形的理论计算方法, 建立参数化实体单元杯形柔轮有限元模型, 并与理论方法对比验证; 在长轴区, 直母线假定低估了前截面的径向变形, 高估了后截面径向变形。

(2) 相比等厚度齿圈, 变厚度齿圈中线的径向位移有限元结果在长轴区增大, 短轴区减小; 前、后截面的周向和转角位移在整个区间增大; 中截面在整个区间内周向位移减小。

(3) 变厚度齿圈的长轴区母线变形为下凹曲线, 短轴区母线变形为上凸曲线。变厚度齿圈加剧了母线的非线性特征。在 $[40^\circ \sim 60^\circ]$ 区间, 齿圈厚度变化对中线的径向位移影响不大。

参 考 文 献

- [1] MUSSER C W. Strain wave gearing; US 2906143[P]. 1955-09-29.
- [2] 丰飞, 王炜, 唐丽娜, 等. 空间高精度谐波减速器的应用及其发展趋势[J]. 机械传动, 2014, 38(10): 98-107.
FENG Fei, WANG Wei, TANG Li'na, et al. Application and development trends of the space harmonic reducer with high precision[J]. Journal and Mechanical Transmission, 2014, 38(10): 98-107.
- [3] CHEN S Y, XIN H B. Speed torque measurement system design of micro harmonic drive[J]. Applied Mechanics and Materials, 2012, 1682: 455-458.
- [4] LOPEZ-MARTINEZ J, BLANCO J L, GARCIA-VALLEJO D, et al. Design and analysis of a flexible linkage for robot safe operation in collaborative scenarios[J]. Mechanism and Machine Theory, 2015, 92: 1-16.
- [5] 伊万诺夫 M H. 谐波齿轮传动[M]. 沈允文, 李克美, 译. 北京: 国防工业出版社, 1987: 80-90.
IWANNOV M H. The harmonic drive[M]. SHEN Yunwen, LI Kemei, Jr. Beijing: Defense Industry Press, 1987: 80-90.
- [6] 沈允文, 叶庆泰. 谐波齿轮传动的理论和设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 1985: 1-16, 52-55.
SHEN Yunwen, YE Qingtai. Theory and design of harmonic drive[M]. Beijing: China Machine Press, 1985: 1-16, 52-55.
- [7] 董惠敏, 张晓青. 基于实验建模的谐波齿轮传动柔轮的有限元分析研究[J]. 机械传动, 2001, 25(2): 16-19.
DONG Huimin, ZHANG Xiaoqing. Finite element analysis of harmonic flexspline based on experiment modeling[J]. Journal and Mechanical Transmission, 2001, 25(2): 16-19.
- [8] DONG H M, WANG D L. Elastic deformation characteristic of the flexspline in harmonic drive[C]. Proceedings of International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots, June 22-24, 2009. London, UK. New York: IEEE, 2009: 363-369.
- [9] CHEN X X, LIN S Z, XING J Z. Deformation of flexspline under transmission force in harmonic drive[J]. Advanced Materials Research, 2010, 97-101: 3536-3539.
- [10] CHEN X X, LIN S Z, XING J Z. Modeling of flexspline and contact analyses of harmonic drive[J]. Key Engineering Materials, 2010, 419-420: 597-600.
- [11] YAO Y P, CHEN X X, XING J Z. Tooth effects on assembling bending stress of flexible tooth rim in harmonic drive[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 150: 1-17.
- [12] 姜歌东, 王爽, 梅雪松, 等. 谐波齿轮传动双圆弧齿形双向共轭设计方法[J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(8): 8-14.
JIANG Gedong, WANG Shuang, MEI Xuesong, et al. Bidirectional conjugate design method for double-circular-arc tooth profile of harmonic drives[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(8): 8-14.
- [13] 董惠敏, 董博, 王德伦, 等. 基于瞬心线的谐波传动双圆弧齿形设计方法[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2020, 48(4): 55-60.
DONG Huimin, DONG Bo, WANG Delun, et al. Double circular arc tooth profile design method of harmonic drives based on centrodes[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2020, 48(4): 55-60. (下转第 21 页)