

基于可选接触迹线的点接触抛物线齿面构建及滑动系数计算方法研究

彭帅^{1,2,3} 张靖² 王林翔³

(1 重庆文理学院 智能制造工程学院, 重庆 402160)

(2 浙江双环传动机械股份有限公司, 浙江 杭州 311100)

(3 浙江大学 机械工程学院, 浙江 杭州 310027)

摘要 提出了一种新型点接触齿轮副。在已知齿面上根据设计需要选取灵活的接触迹线, 构建出与之啮合的配对齿轮, 并推导出新齿轮副的滑动系数计算方法; 设计出以渐开线齿轮作为已知齿轮、抛物线齿轮为配对齿轮的平行轴内齿轮副。研究结果表明, 该齿轮副在啮合过程中时刻保持点接触状态, 啮合点沿着理论接触迹线移动, 与理论分析一致; 滑动系数的变动范围取决于在齿轮两端选取啮入点和啮出点所对应的渐开线参数值。

关键词 接触迹线 抛物线齿面 法向量扫掠法 滑动系数

Study on Point Contact Parabolic Tooth Surface Construction and Sliding Coefficient Calculation Method based on Selectable Contact Trail

Peng Shuai^{1,2,3} Zhang Jing² Wang Linxiang³

(1 School of Intelligent Manufacturing Engineering, Chongqing University of Arts and Sciences, Chongqing 402160, China)

(2 Zhejiang Shuanghuan Driveline Co., Ltd., Hangzhou 311100, China)

(3 School of Mechanical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract A new type of point contact gear pair is proposed. Based on a tooth surface, the flexible contact trail is selected according to the design requirements, and the meshing pair gear is constructed, and the sliding coefficient calculation method of the new gear pair is deduced. Taking the involute internal gear as the given gear and the parabolic gear as the matching gear, an internal gear pair is designed. The results show that during the whole meshing process, the gear pair keeps point contact state at all times, and the meshing point moves along the theoretical contact trail, which is consistent with the theoretical analysis. The variation range of the sliding coefficient mainly depends on the involute parameter values corresponding to the entry and exit points selected at both ends of the gear.

Key words Contact trail Parabolic tooth surface Normal vector sweeping method Sliding coefficient

0 引言

齿轮工业是装备制造业的基础性产业, 是实现产业升级、技术进步的重要保障, 在国民经济和国防领域具有重要的地位^[1]。如今, 我国对于高端装备的需求巨大, 如何构建传动性能优良的齿轮装置是我国装备制造业发展中需要解决的重要问题。

齿面的几何特性是提高其性能的关键因素之一。从20世纪70年代开始, 国外学者X. Foxmah和T. Olivier分别对空间啮合理论展开了研究, 其成果奠定了空间啮合原理的理论基础。此后, 许多学者开始

研究齿轮啮合的解析法, 包括建立啮合方程式, 求解特征线和包络齿面等, 并逐渐发展成运动学法^[2]。Litvin F L等^[3]对共轭曲面啮合理论进行了全方位的诠释, 叙述了多种形式齿轮的几何学及啮合原理。Radzevich S P^[4]和Dooner D B等^[5]分别就一般齿轮传动基本理论、运动几何学等内容进行了分析研究。Neagoe M等^[6]在摆线针轮行星传动的研究基础上提出了一种行星轮齿廓为针齿、内齿轮齿廓为内摆线啮合的少齿差行星传动机构的基本啮合原理及数学模型。Demenego A等^[7]根据摆线泵运动学原理使得任意时刻只有1对齿呈啮合状态, 以避免齿廓干涉、减小

磨损。

国内在微分几何学、空间曲面共轭几何学及其基本原理、共轭曲面建模研究方面进步迅速^[8],为齿轮啮合理论的发展奠定了基础。而对于新型齿轮的研究同样有所进展,例如,点线啮合齿轮^[9]、弧齿线圆柱齿轮^[10]、端曲面齿轮^[11]等。此外,贵新成等^[12]提出了具有高重合度的新型内啮合复合摆线齿轮副,以提高齿轮的承载能力和传动的平稳性。作为对空间曲面啮合理论的扩展,陈扬枝等^[13]通过建立空间曲线沿接触点主法线方向的啮合方程及啮合曲线方程,提出了适合于微小弹性啮合齿轮传动机构的空间曲线啮合理论。陈兵奎等提出了共轭曲线原理^[14]与线面共轭啮合原理^[15],基于该理论建立的齿轮具有承载能力高、滑动率低的优点。

本文中提出一种新型点接触齿轮副,并推导了该齿轮副的滑动系数计算方法。以渐开线内齿轮为例,设计出具有抛物线齿面的齿轮副;分析了不同渐开线参数取值范围对滑动系数的影响。

1 齿轮副几何构建方法

1.1 齿轮副构建步骤

本文中提出的新型点接触齿轮副是基于一个已知齿轮,构建出与之正确啮合的配对齿轮。由于理论接触迹线在已知齿面上选取,因此,通过探寻接触迹线特性,可获得具有优良啮合性能的齿轮传动。具体构建步骤如下所述(图1)。

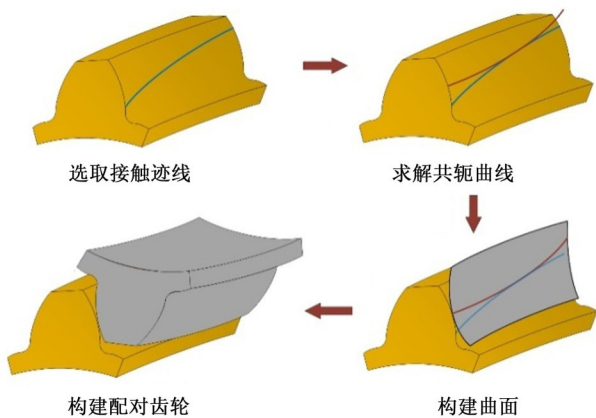


图1 齿轮副构建步骤

Fig. 1 Construction steps of gear pair

步骤1: 在已知齿轮齿面上选取一条光滑曲线作为理论接触迹线。

步骤2: 根据所构建齿轮副的轴线相对位置(平行轴、相交轴、交错轴),构建笛卡尔空间坐标系,求解接触迹线间的相对运动速度及法矢量。

步骤3: 构建啮合方程数学模型,通过坐标变换求解与选取接触迹线相啮合的共轭曲线。

步骤4: 通过法矢量扫掠法,将轮齿齿廓沿共轭曲线扫掠后形成新的齿轮齿面,从而构建出与之正确啮合的配对齿轮。

1.2 接触迹线选取

对于目前应用广泛的齿轮,如渐开线斜齿轮、圆弧齿轮等,其轮齿齿面可以看成由齿廓沿着一条引导线(圆柱螺旋线)扫掠后形成。本文中所提出的新型齿轮的特点在于该引导线可根据需要选取,而不局限于圆柱螺旋线,从而为齿轮副构建提供了很大的灵活性。

点接触齿轮的啮合点运动方式为从齿轮一端向另一端移动,接触迹线通常沿轴线方向,如圆弧齿轮。本文中,其啮入点和啮合点可在齿轮两端面灵活选取,将齿面上连接两点的光滑曲线作为接触迹线。该接触迹线理论上有无数种取法(图2),作为曲面上连接两点的曲线,最短的一条为测地线,但其求解方式往往比较复杂。因此,可取一条简单曲线作为接触迹线以减少计算量。

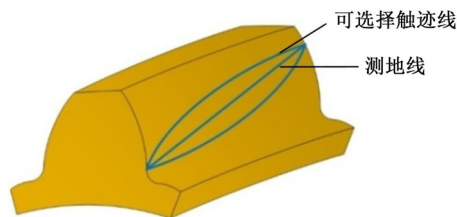


图2 接触迹线选取

Fig. 2 Select of contact trace

令已知齿面 Σ_2 在其移动坐标系 S_2 下的曲面方程为

$$\Sigma_2^2 = x_2(u, v)\mathbf{i}_2 + y_2(u, v)\mathbf{j}_2 + z_2(u, v)\mathbf{k}_2 \quad (1)$$

式中, $x_2(u, v)$ 、 $y_2(u, v)$ 、 $z_2(u, v)$ 为 u 、 v 的纯量函数; $\mathbf{i}_2$ 、 $\mathbf{j}_2$ 、 $\mathbf{k}_2$ 分别为坐标系 S_2 下 x 轴、 y 轴、 z 轴的单位矢量。

不同的参数变量关系可确定不同的接触迹线。假设已知齿面中变量 u 、 v 有线性关系

$$v = u\theta + b \quad (2)$$

则该理论接触迹线可表示为

$$\begin{cases} \Gamma_2^2 = x_2(u, v)\mathbf{i}_2 + y_2(u, v)\mathbf{j}_2 + z_2(u, v)\mathbf{k}_2 \\ v = u\theta + b \end{cases} \quad (3)$$

1.3 啮合方程求解

本节中以平行轴内啮合齿轮副为例进行推导,其他类型的齿轮推导过程与此类似。

首先,构建空间坐标系如图3所示, $S_0(O_0-x_0y_0z_0)$ 和 $S_p(O_p-x_py_pz_p)$ 分别为两齿轮所在的固定坐标系; $S_1(O_1-x_1y_1z_1)$ 和 $S_2(O_2-x_2y_2z_2)$ 分别为两齿轮所在的移动坐标系。齿轮1以角速度 ω_1 绕坐标轴 z_0 旋转,齿轮2以角速度 ω_2 绕坐标轴 z_p 旋转。坐标轴 z_0 和坐标轴

z_p 相互平行, 且距离(中心距)为 a 。在某一时刻, 齿轮1和齿轮2转过的角度分别为 ϕ_1 和 ϕ_2 , P_i 为两条接触迹线的接触点。

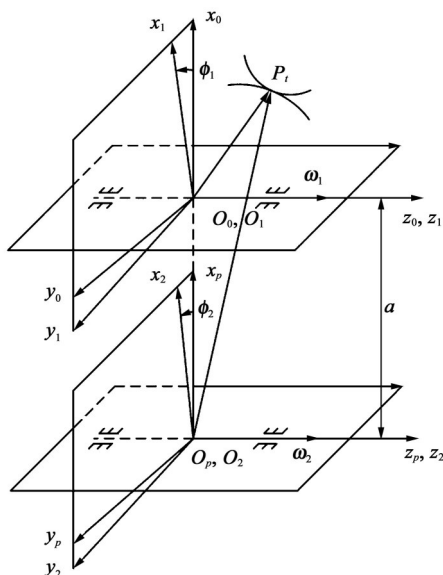


图3 坐标系构建

Fig. 3 Construction of coordinate system

坐标系 S_2 下两齿轮在啮合点处的相对运动速度可表示为

$$\mathbf{v}_2^{(12)} = [-(\omega_1 - \omega_2)y_2 - a\omega_1 \sin \phi_2] \mathbf{i}_2 + [(\omega_1 - \omega_2)x_2 - a\omega_1 \cos \phi_2] \mathbf{j}_2 \quad (4)$$

由几何关系可得, 在坐标系 S_2 中, 已知曲面 Σ_2 在啮合点 P_i 处的法向量可表示为

$$\mathbf{n}_2 = \frac{\partial \Sigma_2^2}{\partial u} \times \frac{\partial \Sigma_2^2}{\partial v} \quad (5)$$

因此, 啮合方程为

$$\mathbf{v}_2^{(12)} \cdot \mathbf{n}_2 = 0 \quad (6)$$

1.4 共轭曲线求解

由坐标变换关系可得, 共轭曲线上的任意点是已知接触迹线上满足啮合方程的点通过坐标变换得到的。因此, 与接触迹线 Γ_2 相接触的共轭曲线 Γ_1 在坐标系 S_1 下的方程可表示为

$$\begin{cases} \Gamma_1^2 = \mathbf{M}_{12} \Gamma_2^2 = \mathbf{M}_{10} \mathbf{M}_{0p} \mathbf{M}_{p2} \Gamma_2^2 \\ \mathbf{v}_2^{(12)} \cdot \mathbf{n}_2 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中,

$$\mathbf{M}_{12} = \mathbf{M}_{10} \mathbf{M}_{0p} \mathbf{M}_{p2} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_1 - \phi_2) & \sin(\phi_1 - \phi_2) & 0 & -a \cos \phi_1 \\ -\sin(\phi_1 - \phi_2) & \cos(\phi_1 - \phi_2) & 0 & a \sin \phi_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

1.5 共轭齿面构建——法矢量扫掠法

齿轮齿廓决定了齿轮的接触性能。本节中提出了将共轭曲线作为引导线, 齿廓作为母线沿共轭曲线扫掠形成齿面, 同时保证新齿面与已知齿面接触方向一致的齿面构建方法。如图4所示, 假设 β 、 α

和 γ 构成了移动坐标系 S_c 的3个坐标轴, 其中, β_1 、 α_1 和 γ_1 分别为第1.4节中共轭曲线在坐标系 S_1 下的主法矢、切矢和副法矢, 可以看出, β_1 同时为新齿面的法向量。接触点 P_i 为移动坐标系 S_c 原点。

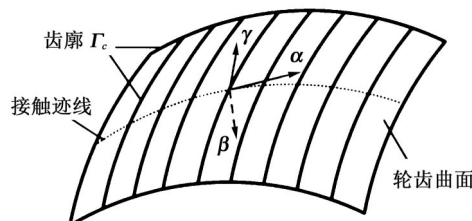


图4 齿面构建

Fig. 4 Construction of tooth surface

首先, 求解移动坐标系坐标轴矢量。根据几何学关系, 将 β_1 、 α_1 和 γ_1 的单位矢量表示为

$$\begin{cases} \mathbf{n}_{d\beta} = n_{d\beta i} \mathbf{i}_c + n_{d\beta j} \mathbf{j}_c + n_{d\beta k} \mathbf{k}_c \\ \mathbf{n}_{d\alpha} = n_{d\alpha i} \mathbf{i}_c + n_{d\alpha j} \mathbf{j}_c + n_{d\alpha k} \mathbf{k}_c \\ \mathbf{n}_{d\gamma} = n_{d\gamma i} \mathbf{i}_c + n_{d\gamma j} \mathbf{j}_c + n_{d\gamma k} \mathbf{k}_c \end{cases} \quad (9)$$

式中, $\mathbf{n}_{d\beta}$ 、 $\mathbf{n}_{d\alpha}$ 、 $\mathbf{n}_{d\gamma}$ 分别为 β_1 、 α_1 和 γ_1 的单位矢量; n_{dxi} 、 n_{dyi} 、 n_{dzi} ($i=\beta, \alpha, \gamma$) 分别为相应单位矢量在 x 轴、 y 轴、 z 轴上的坐标值。

其次, 坐标系 S_c 下的齿廓方程可表示为

$$\Gamma(t) = (x_c, y_c, z_c, 1)^T \quad (10)$$

式中, x_c 、 y_c 、 z_c 为齿廓曲线的坐标值; t 为齿廓曲线参数。

因此, 新齿面在坐标系 S_1 下的曲面方程为

$$\begin{cases} x_{\Sigma 1} = n_{d\beta} x_c + n_{d\alpha} y_c + n_{d\gamma} z_c + x_{\Gamma_1} \\ y_{\Sigma 1} = n_{d\beta} x_c + n_{d\alpha} y_c + n_{d\gamma} z_c + y_{\Gamma_1} \\ z_{\Sigma 1} = n_{d\beta} x_c + n_{d\alpha} y_c + n_{d\gamma} z_c + z_{\Gamma_1} \end{cases} \quad (11)$$

式中, x_{Σ} 、 y_{Σ} 、 z_{Σ} 分别为新齿面的坐标值; x_{Γ_1} 、 y_{Γ_1} 、 z_{Γ_1} 分别为式(7)中求得的共轭曲线 Γ_1 的坐标值。

对齿轮参数齿顶圆、齿根圆和齿宽进行计算, 则完整的轮齿齿面可通过齿顶圆曲面、齿根圆曲面和齿轮端面截取获得, 如图5所示。这样便构建出一个完整的轮齿齿面, 其他轮齿可通过该轮齿阵列后得到。

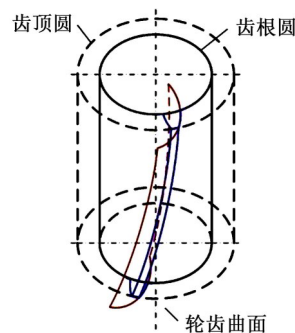


图5 轮齿构建

Fig. 5 Gear tooth construction

2 滑动系数计算方法

齿轮在啮合过程中, 相互啮合的一对齿面在接触线(点)处的相对运动速度往往不同, 而传动过程中载荷的作用, 将使得两齿面产生相对滑动和摩擦。相对滑动量的大小可用滑动系数来表示。滑动系数的绝对值越大, 齿面间的相对滑动就越严重, 齿面磨损也越严重, 越容易发生失效。因此, 滑动系数是衡量齿面接触迹线处磨损程度的重要标准。

根据滑动系数的定义, 在接触点处的滑动系数为

$$\eta_1 = \lim_{\Delta S_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta S_1 - \Delta S_2}{\Delta S_1} = 1 - \frac{dS_2}{dS_1} \quad (12)$$

$$\eta_2 = \lim_{\Delta S_2 \rightarrow 0} \frac{\Delta S_2 - \Delta S_1}{\Delta S_2} = 1 - \frac{dS_1}{dS_2} \quad (13)$$

其中,

$$dS_1 = \sqrt{dx_{r_1}^2 + dy_{r_1}^2 + dz_{r_1}^2} d\theta \quad (14)$$

$$dS_2 = \sqrt{dx_{r_2}^2 + dy_{r_2}^2 + dz_{r_2}^2} d\theta \quad (15)$$

因此, 滑动系数可表示为

$$\eta_1 = 1 - \frac{\sqrt{dx_{r_2}^2 + dy_{r_2}^2 + dz_{r_2}^2}}{\sqrt{dx_{r_1}^2 + dy_{r_1}^2 + dz_{r_1}^2}} \quad (16)$$

$$\eta_2 = 1 - \frac{\sqrt{dx_{r_1}^2 + dy_{r_1}^2 + dz_{r_1}^2}}{\sqrt{dx_{r_2}^2 + dy_{r_2}^2 + dz_{r_2}^2}} \quad (17)$$

3 抛物线齿面齿轮副构建实例

本节中以平行轴渐开线内齿轮副为例, 通过设定具体参数, 构建以渐开线齿轮为已知齿轮、抛物线齿轮为配对齿轮的齿轮副, 对提出的齿轮副构建方法进行理论验证; 并计算新型齿轮副滑动系数, 讨论不同接触迹线对滑动系数的影响。

3.1 齿轮副构建

根据第 1.2 节中所述, 可知内齿轮齿面 Σ_2 在其移动坐标系 S_2 下的曲面方程为

$$\begin{cases} x_{S_2} = r \cos(\theta + \alpha) + r\theta \sin(\theta + \alpha) \\ y_{S_2} = r \sin(\theta + \alpha) - r\theta \cos(\theta + \alpha) \\ z_{S_2} = p\alpha \end{cases} \quad (18)$$

式中, r 为齿轮基圆半径; θ 为渐开线参数, 即渐开线展角; α 为旋转角; p 为齿轮螺旋参数, 即螺旋升角。

齿面 Σ_2 上选取接触迹线的形状可由参数 θ 和 α 决

定。在此, 假设两参数具有如下关系:

$$\alpha = k\theta + b \quad (19)$$

如图 6 所示, P_1 、 P_2 分别为啮入点和啮出点; 接触点 P_i 为接触迹线上任意一点; 其渐开线参数范围为 $[\theta_1, \theta_2]$, θ_1 和 θ_2 分别为齿轮两端面上啮入点与啮出点处的渐开线参数值, 且具有以下关系:

$$\frac{\alpha}{\varphi_i} = \frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} \quad (20)$$

式中, φ_i 为啮入点与啮出点在端面投影的夹角。

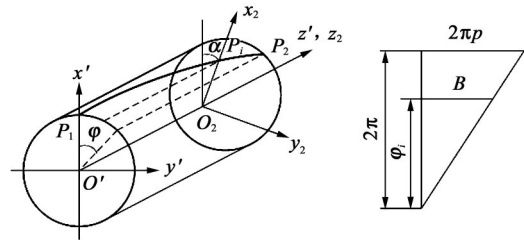


图 6 几何关系示意图

Fig. 6 Schematic diagram of geometry relationship

另外, 由图 6 中还可得出以下关系:

$$\frac{\phi_i}{2\pi} = \frac{B}{2\pi p} \quad (21)$$

式中, B 为齿轮齿宽。

由以上推导可得

$$\begin{cases} k = \frac{B}{p(\theta_2 - \theta_1)} \\ b = -\frac{\theta_1 B}{p(\theta_2 - \theta_1)} \end{cases} \quad (22)$$

因此, 接触迹线的数学表达式为

$$\Gamma_2^2 = \begin{cases} x_{r_2} = r \cos(\theta + \alpha) + r\theta \sin(\theta + \alpha) \\ y_{r_2} = r \sin(\theta + \alpha) - r\theta \cos(\theta + \alpha) \\ z_{r_2} = p\alpha \\ \alpha = k\theta + b \end{cases} \quad (23)$$

根据式(5), 坐标系 S_2 中齿面 Σ_2 在啮合点 P_i 处的法向量可表示为

$$\begin{cases} n_{x_2} = -pr\theta \sin[(k+1)\theta + b] \\ n_{y_2} = pr\theta \cos[(k+1)\theta + b] \\ n_{z_2} = -r^2\theta \end{cases} \quad (24)$$

因此, 啮合方程为

$$A \sin \phi_2 + B \cos \phi_2 = M \quad (25)$$

式中, $\phi_1 = i_{12}\phi_2$; $A = i_{12}an_{x_2}$; $B = i_{12}an_{y_2}$; $M = (i_{12} - 1)(x_2n_{y_2} - y_2n_{x_2})$ 。

将式(6)、式(23)、式(24)和式(25)代入式(7), 可求解出与选取接触迹线相啮合的共轭曲线

方程为

$$\begin{cases} x_{r_1} = x_{r_2} \cos[(i_{12} - 1)\phi_2] + y_{r_2} \sin[(i_{12} - 1)\phi_2] - a \sin(i_{12}\phi_2) \\ y_{r_1} = -x_{r_2} \sin[(i_{12} - 1)\phi_2] + y_{r_2} \cos[(i_{12} - 1)\phi_2] + a \sin(i_{12}\phi_2) \\ z_{r_1} = z_{r_2} \\ A \sin \phi_2 + B \cos \phi_2 = M \end{cases} \quad (26)$$

根据第 1.5 节中所述, 坐标系 S_c 下的抛物线齿廓方程为

$$\Gamma(t) = (x_c, y_c, z_c, 1)^T = (k_1 t^2 \quad 0 \quad k_1 t \quad 1)^T \quad (27)$$

移动坐标系 S_c 的坐标轴矢量 β_1 、 α_1 和 γ_1 分别为

$$\begin{cases} n_{x\beta_2} = n'_{x_2} \cos[(i_{12} - 1)\phi_2] + n'_{y_2} \sin[(i_{12} - 1)\phi_2] \\ n_{y\beta_2} = -n'_{x_2} \sin[(i_{12} - 1)\phi_2] + n'_{y_2} \cos[(i_{12} - 1)\phi_2] \\ n_{z\beta_2} = n'_{z_2} \end{cases} \quad (28)$$

$$\begin{cases} n_{x\alpha_2} = x'_{r_2} \cos[(i_{12} - 1)\phi_2] + y'_{r_2} \sin[(i_{12} - 1)\phi_2] \\ n_{y\alpha_2} = -x'_{r_2} \sin[(i_{12} - 1)\phi_2] + y'_{r_2} \cos[(i_{12} - 1)\phi_2] \\ n_{z\alpha_2} = z'_{r_2} \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} n_{x\gamma_2} = n_{y\beta_2} n_{z\alpha_2} - n_{y\alpha_2} n_{z\beta_2} \\ n_{y\gamma_2} = n_{x\beta_2} n_{z\alpha_2} - n_{x\alpha_2} n_{z\beta_2} \\ n_{z\gamma_2} = n_{x\beta_2} n_{y\alpha_2} - n_{x\alpha_2} n_{y\beta_2} \end{cases} \quad (30)$$

单位化后得

$$\begin{cases} n_{nxi_2} = \frac{n_{xi_2}}{\sqrt{n_{xi_2}^2 + n_{yi_2}^2 + n_{zi_2}^2}} \\ n_{nyi_2} = \frac{n_{yi_2}}{\sqrt{n_{xi_2}^2 + n_{yi_2}^2 + n_{zi_2}^2}} \\ n_{nzi_2} = \frac{n_{zi_2}}{\sqrt{n_{xi_2}^2 + n_{yi_2}^2 + n_{zi_2}^2}} \end{cases} \quad (31)$$

$$\begin{cases} n_{nxi_2} = \frac{n_{xi_2}}{\sqrt{n_{xi_2}^2 + n_{yi_2}^2 + n_{zi_2}^2}} \\ n_{nyi_2} = \frac{n_{yi_2}}{\sqrt{n_{xi_2}^2 + n_{yi_2}^2 + n_{zi_2}^2}} \\ n_{nzi_2} = \frac{n_{zi_2}}{\sqrt{n_{xi_2}^2 + n_{yi_2}^2 + n_{zi_2}^2}} \end{cases} \quad (32)$$

$$\begin{cases} n_{nxi_2} = \frac{n_{xi_2}}{\sqrt{n_{xi_2}^2 + n_{yi_2}^2 + n_{zi_2}^2}} \\ n_{nyi_2} = \frac{n_{yi_2}}{\sqrt{n_{xi_2}^2 + n_{yi_2}^2 + n_{zi_2}^2}} \\ n_{nzi_2} = \frac{n_{zi_2}}{\sqrt{n_{xi_2}^2 + n_{yi_2}^2 + n_{zi_2}^2}} \end{cases} \quad (33)$$

则齿轮 1 的齿面方程为

$$\Gamma_1^1 = \begin{cases} x_{s_1} = n_{nx\beta_2} x_c + n_{nx\alpha_2} y_c + n_{nx\gamma_2} z_c + x_{r_1} \\ y_{s_1} = n_{ny\beta_2} x_c + n_{ny\alpha_2} y_c + n_{ny\gamma_2} z_c + y_{r_1} \\ z_{s_1} = n_{nz\beta_2} x_c + n_{nz\alpha_2} y_c + n_{nz\gamma_2} z_c + z_{r_1} \end{cases} \quad (34)$$

3.2 啮合仿真

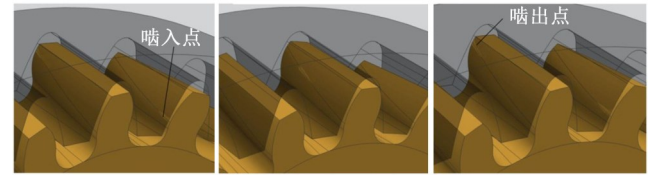
本文中提出的新型齿轮三维模型通过 Matlab 和 UG 进行精确建模。先在 Matlab 软件中编写齿面方程, 得到齿面上的数据点坐标; 导入到 UG 中进行曲面拟合后形成齿面三维模型。相关齿轮参数如表 1 所示。

表 1 齿轮副参数

Tab. 1 Parameters of gear pair

参数名称	参数值	参数名称	参数值
法向模数 m_n/mm	2	齿宽 B/mm	25
螺旋角 $\beta/^\circ$	22	啮入点渐开线参数 θ_1/rad	0.33
齿轮 1 齿数 z_1	18	啮出点渐开线参数 θ_2/rad	0.45
齿轮 2 齿数 z_2	267	旋向	右旋

图 7 所示为 UG 中齿轮副三维模型的运动仿真模型。由图 7 中可以看出, 在啮合整个过程中, 齿轮副时刻保持点接触状态, 且啮合点沿着理论接触迹线移动。



(a) 啮入位置 (b) 任意位置 (c) 啮出位置

图 7 UG 三维运动仿真模型

Fig. 7 Three-dimensional motion simulation model in UG

3.3 滑动系数计算

相共轭的一对啮合迹线已在第 3.1 节中得到, 根据第 2 节中所述, 将式(23)、式(26)代入(14)、式(15), 可得

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{d\theta} = r[(1+k)\theta \cos(\alpha + \theta) - k \sin(\alpha + \theta)] \\ \frac{dy_1}{d\theta} = r[k \cos(\alpha + \theta) + (1+k)\sin(\alpha + \theta)] \\ \frac{dz_1}{d\theta} = kp \end{cases} \quad (35)$$

$$\begin{cases} \frac{dx_2}{d\theta} = c_{2i} x_1 + c_2 x'_1 - c_{1i} y_1 - c_1 y'_1 - \\ \quad \frac{1}{i_{12}} a \phi'(\theta) \sin\left(\frac{1}{i_{12}} \phi_1\right) \\ \frac{dy_2}{d\theta} = c_{1i} x_1 + c_1 x'_1 + c_{2i} y_1 - c_2 y'_1 + \\ \quad \frac{1}{i_{12}} a \phi'(\theta) \cos\left(\frac{1}{i_{12}} \phi_1\right) \\ \frac{dz_2}{d\theta} = kp \end{cases} \quad (36)$$

式中, $c_1 = \sin[(1 - \frac{1}{i_{12}})\phi_1]$; $c_{1i} = (1 - \frac{1}{i_{12}})\cos[(1 -$

$$\frac{1}{i_{12}})\phi_1]\phi'(\theta); c_2 = \cos[(1 - \frac{1}{i_{12}})\phi_1]; c_{2t} = -(1 - \frac{1}{i_{12}})\sin[(1 - \frac{1}{i_{12}})\phi_1]\phi'(\theta); \phi'(\theta) = 1/\sqrt{1 - \frac{M^2}{A^2 + B^2}}$$

$$(\frac{M}{\sqrt{A^2 + B^2}})' + 1/[1 + (\frac{A}{B})^2](\frac{A}{B})'。$$

再将式(32)、式(33)代入式(16)、式(17), 便得到新型齿轮副滑动系数在不同啮合点处的变化情况。图8所示为根据表1中齿轮参数得到的齿轮滑动系数变化曲线。在啮合过程中, 随着啮合点的移动, 两齿轮的滑动系数均在 $[-6.8 \times 10^{-3} \quad 4.7 \times 10^{-3}]$ 范围内, 接近于纯滚动。

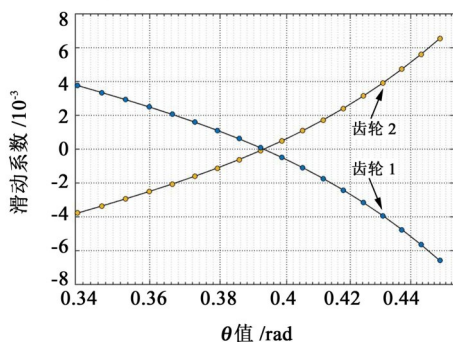


图8 齿轮副滑动系数变化曲线

Fig. 8 Variation curve of sliding coefficient of gear pair

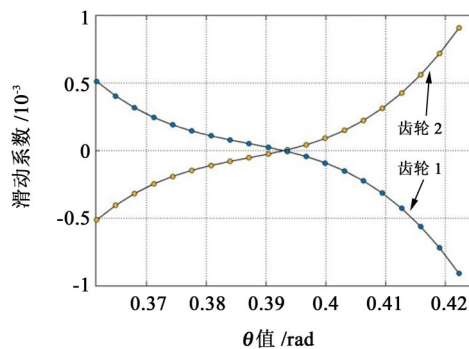
3.4 参数对滑动系数影响分析

根据以上分析可知, 齿轮副齿面模型很大程度上取决于接触迹线的选取。为分析不同接触迹线对滑动系数的影响, 本节中设置了不同的参数值, 利用Matlab绘制了不同参数下两齿轮滑动系数变化情况曲线图。根据参数变化情况, 分析滑动系数绝对值的大小。表2所示为3组参数下滑动率的最大值与最小值。图9所示为不同参数下对应滑动系数变化曲线图。

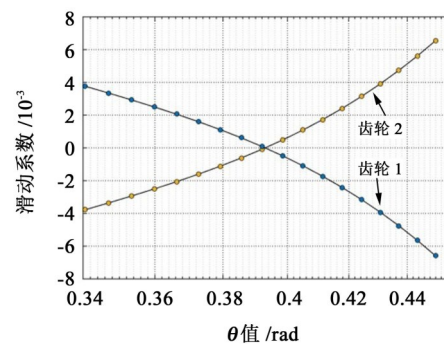
表2 不同渐开线参数下的滑动系数

Tab. 2 Sliding coefficient under different involute parameters

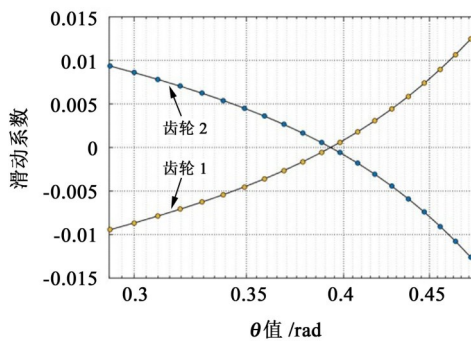
组数	渐开线参数/rad	滑动系数 η_1		滑动系数 η_2	
		最小值	最大值	最小值	最大值
1	$\theta_1=0.36, \theta_2=0.42$	-0.9×10^{-3}	0.5×10^{-3}	-0.5×10^{-3}	0.9×10^{-3}
2	$\theta_1=0.33, \theta_2=0.45$	-6.8×10^{-3}	4.7×10^{-3}	-4.7×10^{-3}	6.8×10^{-3}
3	$\theta_1=0.29, \theta_2=0.48$	-0.013	0.008	-0.008	0.013



(a) 第1组滑动系数变化曲线



(b) 第2组滑动系数变化曲线



(c) 第3组滑动系数变化曲线

图9 不同渐开线参数下的滑动系数变化曲线

Fig. 9 Variation curves of sliding coefficient under different involute parameters

可以看出, 滑动系数的变动范围主要取决于在齿轮两端选取啮入点和啮出点所对应的 θ 值。当两点的 θ 值越接近时, 滑动系数的变化范围越小, 反之越大; 另外, 节点处的滑动系数均为0, 此特点与渐开线齿轮相同, 但滑动系数比渐开线齿轮小很多。

4 结论

(1) 提出了一种点接触齿轮构建方法。通过在已知齿轮齿面上选取一条光滑曲线作为理论接触迹线, 求解与选取接触迹线相啮合的共轭曲线, 将抛物线齿廓沿共轭曲线扫描后形成新的齿轮齿面, 构建出新型点接触齿轮副理论模型。

(2) 利用提出的齿轮构建方法, 在已知渐开线齿面基础上, 形成与之配对的抛物线齿面, 得到满足啮合要求的点接触齿轮副。

(3) 通过啮合仿真分析可知,新齿轮副在整个啮合过程中,齿轮副时刻保持点接触状态,且啮合点沿着理论接触迹线移动,与理论分析一致;通过滑动系数分析可知,滑动系数的变动范围主要取决于在齿轮两端选取啮入点和啮出点所对应的 θ 值。当两点的 θ 值越接近时,滑动系数的变化范围越小,反之越大。

参 考 文 献

- [1] 陈雪峰,郭艳婕,许才彬,等.风电装备故障诊断与健康监测研究综述[J].中国机械工程,2020,31(2):175-189.
CHEN Xuefeng, GUO Yanjie, XU Caibin, et al. Review of fault diagnosis and health monitoring for wind power equipment[J]. China Mechanical Engineering, 2020, 31(2): 175-189.
- [2] 王树人. 齿轮啮合理论简明教程[M]. 天津: 天津大学出版社, 2005: 56-57.
WANG Shuren. Brief course of gear meshing theory [M]. Tianjin: Tianjin University Press, 2005: 56-57.
- [3] LITVIN F L, FUENTE S A. Gear geometry and applied theory [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004: 145-149.
- [4] RADZEVICH S P. Theory of gearing: kinematics, geometry, and synthesis [M]. Boca Raton: CRC Press, Inc., 2013: 258-260.
- [5] DOONER D B, GRIFFIS M W. On spatial euler-savary equations for envelopes [J]. Journal of Mechanical Design, 2007, 129 (8): 865-875.
- [6] NEAGOE M, DIACONESCU D, JALIU C, et al. On a new cycloidal-planetary gear used to fit mechatronic systems of RES [C]//Proceedings of the 2008 11th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment, 2008 (OPTIM), May 22-24, 2008, Brasov, Romania. New York: IEEE, 2008: 439-448.
- [7] DEMENEGO A, VECCHIATO D, LITVIN F L, et al. Design and simulation of meshing of a cycloid pump [J]. Mechanism and Machine Theory, 2001, 37(3): 311-332.
- [8] 王树仁. 齿轮啮合原理[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2009: 289-292.
- [9] 王树仁, 杨勇, 贺小飞, 等. 三圆弧谐波齿轮传动齿廓设计及参数优化[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2020, 51(5): 1234-1244.
WU Xutang. Meshing theory of gear [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2009: 289-292.
SHI Zhiqi, YANG Yong, HE Xiaofei, et al. Tooth profile design and parameter optimization of triple-circular-arc harmonic drives [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2020, 51(5): 1234-1244.
- [10] 狄玉涛, 陈明. 弧齿线圆柱齿轮齿面形成原理及啮合性能分析[J]. 机械工程师, 2006(9): 50-52.
DI Yutao, CHEN Ming. The generation principle and mesh characteristic of arcuate tooth trace cylindrical gear [J]. Mechanical Engineer, 2006(9): 50-52.
- [11] 林超, 蔡志钦, 吴小勇, 等. 端曲面齿轮副的传动匹配模式[J]. 机械工程学报, 2018, 54(5): 8-18.
LIN Chao, CAI Zhiqin, WU Xiaoyong, et al. Transmission mode for curve-face gear pair [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(5): 8-18.
- [12] 贵新成, 李红勋, 金晓辉, 等. 高重合度摆线内齿轮副齿面接触强度研究[J]. 机械工程学报, 2019, 55(23): 109-119.
GUI Xincheng, LI Hongxun, JIN Xiaohui, et al. Tooth surface contact strength of cycloid internal gear pair with high contact ratio [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(23): 109-119.
- [13] CHEN Y Z, XIANG X Y, LUO L. A Corrected equation of space curve meshing [J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 44(7): 1348-1359.
- [14] 陈兵奎, 梁栋, 高艳娥. 齿轮传动共轭曲线原理[J]. 机械工程学报, 2014, 50(1): 130-136.
CHEN Bingkui, LIANG Dong, GAO Yan'e. The principle of conjugate curves for gear transmission [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(1): 130-136.
- [15] 陈兵奎, 易文翠, 钟晖, 等. 线面共轭啮合原理及齿面构建方法[J]. 机械工程学报, 2012, 48(19): 17-22.
CHEN Bingkui, YI Wencui, ZHONG Hui, et al. Theory of curve-surface conjugated and method of teeth surfaces constructed [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(19): 17-22.
- [16] 张宁, 张英杰, 李阳帆. 考虑齿轮形变的谐波减速器齿廓优化方法[J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(12): 31-37.
ZHANG Ning, ZHANG Yingjie, LI Yangfan. Optimization method for double-arc tooth profile of harmonic reducer [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(12): 31-37.
- [17] 邹创, 陶涛, 姜歌东, 等. 考虑力学特性的谐波齿轮啮合参数优化方法[J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(2): 16-23.
ZOU Chuang, TAO Tao, JIANG Gedong, et al. An optimization method for meshing parameters of harmonic drives considering mechanical characteristics [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(2): 16-23.
- [18] ISHIKAWA S, TAKIZAWA N, ARIMA T, et al. Wave gear device having three-dimensional contacting involute positive deflection tooth profile: US 9057421 [P]. 2015-06-16.
- [19] 吴上生, 孙韩磊, 杨琪. 谐波传动柔轮空间齿廓设计与制造工艺[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2019, 47(1): 32-38.
- [20] 陈晓霞, 刘玉生, 邢静忠, 等. 谐波齿轮中柔轮中性层的伸缩变形规律[J]. 机械工程学报, 2014, 50(21): 189-196.
CHEN Xiaoxia, LIU Yusheng, XING Jingzhong, et al. Neutral line stretch of flexspline in harmonic driver [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(21): 189-196.

收稿日期: 2020-12-12 修回日期: 2021-01-05

基金项目: 重庆市自然科学基金面上项目(cstc2019jcyj-msxmX0586)

WU Sheng, LIN Haibo, AN Ning, et al. Design and manufacturing technology of flexspline's spatial tooth profile in harmonic drive [J].

Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2019, 47(1): 32-38.

作者简介: 彭刚(1988—),男,江西太和人,博士,讲师;研究方向为精密齿轮传动。

[19] 陈晓霞, 林树忠, 邢静忠. 谐波齿轮传动中基于柔轮装配变形的共轭精确算法[J]. 中国机械工程, 2010, 21(17): 2053-2057.

CHEN Xiaoxia, LIN Shuzhong, XING Jingzhong. Exact conjugate algorithm based on assembly deformation of flexspline in harmonic drives [J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(17): 2053-2057.

[20] 陈晓霞, 刘玉生, 邢静忠, 等. 谐波齿轮中柔轮中性层的伸缩变形规律[J]. 机械工程学报, 2014, 50(21): 189-196.

CHEN Xiaoxia, LIU Yusheng, XING Jingzhong, et al. Neutral line stretch of flexspline in harmonic driver [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(21): 189-196.

收稿日期: 2020-12-31 修回日期: 2021-02-27

基金项目: 天津市自然科学基金重点项目(19JCZDJC38700, 18JCZDJC39000)
国家自然科学基金(51575390)

作者简介: 王玉琦(1996—),男,河南新乡人,硕士研究生;主要研究方向为谐波齿轮传动。

通信作者: 陈晓霞(1969—),女,甘肃靖远人,博士,教授,博士生导师;研究方向为谐波齿轮传动、数值仿真、虚拟设计制造等。