

混合少齿差星轮减速器受力分析与仿真

李东徽 张迎辉 何卫东 卫作鑫 王恩浦

(大连交通大学 机械工程学院, 大连 116028)

摘要:【目的】针对中心输入多曲柄传动机构缺乏系统性受力分析的现状,以混合少齿差星轮减速器为研究对象,重点开展第二级传动的受力分析,并实现轴承受力可视化及仿真验证,为后续设计及应用提供参考。【方法】建立渐开线星轮、曲柄轴、行星架及少齿差机构整体的受力平衡方程,求解各部件间作用力表达式,并经整体受力分析验证子系统推导的一致性;基于向量合成原理实现轴承受力可视化,呈现输入轴旋转周期内各轴承的受力大小与波动规律;借助RecurDyn软件构建三维实体模型开展动力学仿真。【结果】仿真结果表明,各轴承受力幅值及波动趋势与理论计算高度吻合,验证了该计算方法的可行性。

关键词:混合少齿差星轮减速器;受力分析;轴承受力;可视化;RecurDyn软件仿真

中图分类号:TH132.46 **DOI:** 10.16578/j.issn.1004.2539.XXXX.XX.001

0 引言

在航空航天、机器人及自动化装备等关键应用场景中,为实现转速下调与转矩放大,减速机构需满足结构紧凑、传动比大、承载性能优异且传动精度高的严苛要求^[1]。减速器作为动力传递核心部件,其性能直接决定整机的运行效率、可靠性与寿命^[2]。少齿差行星传动凭借传动比大、结构紧凑、承载能力强等优势,成为行星传动的重要分支^[3-4]。

围绕少齿差传动,国内外学者已开展了广泛研究。早期集中于传动精度、载荷分配、变位系数选取等^[5-7]。王光建等^[8]开展了渐开线少齿差内啮合副的几何设计研究。冯定等^[9]研究了变位系数选取,得到了更小的变位系数与更大的重合度。Li等^[10]通过非线性动力学模型分析了修正系数变化下系统运动的演变。Dai等^[11]运用改良混合弹性流体动力学润滑模型分析了润滑性能。Huang等^[12]综合分析了行星减速器在少齿差情况下的模态特性。崔建昆等^[13]对直线共轭齿廓及齿廓干涉进行了研究验证。张跃明等^[14]推导了渐开线齿廓方程,并优化了滑动率。邹帅东等^[15]将渐开线少齿差减速器应用于上肢康复机器人,优化了传动精度与力矩波动。Yang等^[16]研究了少齿差减速器的磨损行为。唐沛等^[17]提出适用于工程的新型大重合度内啮合齿轮强度计算方法。何坤等^[18]提出面齿轮全齿面修形方法,以优化啮合性能。李

志胜等^[19]提出融合微观形貌特征的改进型面齿轮副承载接触分析方法。吴志文等^[20]提出参数化人字齿轮有限元自动建模方法,揭示了非对称误差下未修形齿轮的偏载现象及中凸鼓形修形对误差的冗余度。

现有研究已形成涵盖几何设计、动力学特性、润滑性能、结构优化等的多维度体系,但针对周干绪等^[21]提出的混合少齿差结构,目前尚未开展中心输入多曲柄虚约束传动机构的系统性受力分析。为此,本文以混合少齿差星轮减速器为对象,采用矢量形式^[22]表达关键部件间作用力,进行系统性受力分析;通过程序解析揭示输入轴旋转周期内各轴承受力的动态变化规律,并借助RecurDyn多体动力学软件仿真验证理论分析结果,可为这类少齿差传动机构的设计与应用提供依据。

1 混合少齿差星轮减速器机构

图1为少齿差传动机构的结构简图。其主要由NGW传动和少齿差传动两级结构组成。NGW传动结构主要由太阳轮1、行星轮2、内齿圈3、行星架4组成,少齿差传动结构主要包括星轮7、齿圈8。

少齿差传动机构的传力路径为:输入端驱动太阳轮1旋转,太阳轮1带动与之啮合的行星轮2,迫使行星轮2自转并在固定的内齿圈3上“滚动”,该滚动使行星架4绕着中心轴线进行公转,行星架4输

收稿日期:2026-03-25

基金项目:国家自然科学基金项目(52275407)

作者简介:李东徽,男,2001年生,山东烟台人,硕士研究生;主要研究方向为RV减速器轻量化;wlzzhkh@163.com。

张迎辉(通信作者),男,1976年生,河北石家庄人,博士,副教授;主要研究方向为现代机械传动;sun_yue_zyh@djtu.edu.cn。

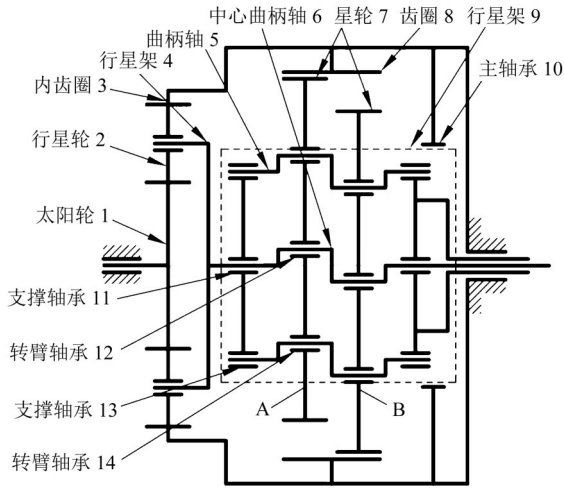
引用格式:李东徽,张迎辉,何卫东,等.混合少齿差星轮减速器受力分析与仿真[J].机械传动,XXXX,XX(X):1-10.

Li Donghui, Zhang Yinghui, He Weidong, et al. Force analysis and simulation of hybrid small-tooth-difference star wheel reducer[J]. Journal of Mechanical Transmission, XXXX, XX(X): 1-10.



免费获取

出的旋转由第二级的中心曲柄轴6接收；当曲柄轴带动星轮7公转时，星轮7会与齿圈8进行啮合并被迫发生反向的、缓慢的自转，星轮7的自转由曲柄轴5传递到行星架9上并完成输出。



注：A、B分别为两片少齿差星轮的编号。

图1 混合少齿差传动机构简图

Fig. 1 Schematic diagram of the hybrid small-tooth-difference transmission mechanism

2 传动比分析

该减速器机构传动比分为两级计算。第一级NGW机构传动比计算式为

$$i_{aX}^b = 1 - i_{ab}^x = 1 + \frac{z_b}{z_a} \quad (1)$$

式中， z_a 为太阳轮的齿数； z_b 为第一级内齿圈的齿数。

第二级少齿差行星齿轮机构的传动比计算式为

$$i_{HV} = \frac{n_H}{n_V} = -\frac{z_m}{z_n - z_m} \quad (2)$$

式中， n_H 为输入轴的转速； n_V 为输出轴的转速； z_m 为行星轮的齿数； z_n 为第二级内齿圈的齿数。

第一级和第二级机构是串联连接的。因此，总传动比为二者乘积，即 $i_{aX}^b \times i_{HV}$ 。

3 机构受力分析

3.1 第一级NGW机构受力分析

首先，建立理想条件：系统处于匀速转动的静力平衡状态，忽略所有摩擦、重力及离心力的影响，并且载荷由所有行星轮均匀分担。

在此前提下，取其中一个行星轮 $2i (i=1, 2, \dots, n)$ 作为分析对象，如图2所示位置，行星轮 $2i$ 同时与太阳轮1、内齿圈3啮合。太阳轮1作用于行星轮 $2i$ 的切向力记为 F_{1-2it} ，径向力为 F_{1-2ir} ；内齿圈3作用于行星轮 $2i$ 的切向力记为 F_{3-2it} ，径向力记为 F_{3-2ir} 。由于行星轮 $2i$ 本身不承受外力矩，根据绕其自身轴心的力矩平衡条件，可以得知这两个切向力

大小相等，即 $|F_{1-2it}| = |F_{3-2it}|$ ；行星架4向行星轮 $2i$ 施加的作用力 F_{4-2it} 平衡该切向力，径向力视为相互抵消。太阳轮1作为输入构件，承受输入转矩 T_1 ，该转矩与所有行星轮对它的反作用力矩相平衡。若太阳轮1的节圆半径为 r_s ，行星轮2的数量为 n ，则其平衡方程为

$$T_1 = n |F_{2i-1t}| r_s \quad (3)$$

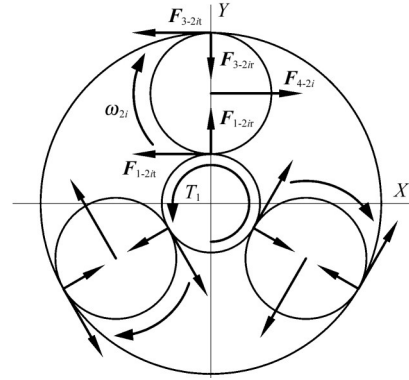


图2 高速级传动机构受力图

Fig. 2 Force diagram of the high-speed transmission mechanism

行星架4作为输出构件，输出转矩 T_4 来源于每个行星轮对行星架4施加的作用力 F_{2i-4} ，该力对系统中心的力臂为行星架4的回转半径 r_c 。因此，其平衡方程为

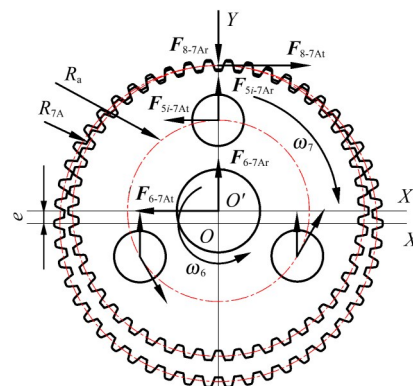
$$T_4 = n |F_{2i-4}| r_c \quad (4)$$

联立式(3)、式(4)得，第一级输入转矩与输出转矩的大小关系为

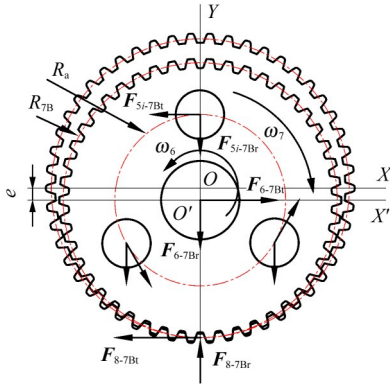
$$T_4 = \frac{2r_c}{r_s} T_1 \quad (5)$$

3.2 第二级渐开线星轮受力分析及计算

图3所示为少齿差行星齿轮受力情况。在图3中，两片星轮7A和7B的受力情况：曲柄轴 $5i$ 对星轮7A施加切向力 F_{5i-7At} 与径向力 F_{5i-7Ar} ，对星轮7B施加切向力 F_{5i-7Bt} 与径向力 F_{5i-7Br} ；中心曲柄轴6对星轮7A施加切向力 F_{6-7At} 与径向力 F_{6-7Ar} ，对星轮7B施加切向力 F_{6-7Bt} 与径向力 F_{6-7Br} ；齿圈8对星轮7A施加径向力 F_{8-7Ar} 与切向力 F_{8-7At} ，对星轮7B施加径向力 F_{8-7Br} 与切向力 F_{8-7Bt} 。



(a) 第一片少齿差星轮7A



(b) 另一片少齿差行星齿轮 7B

图 3 少齿差行星齿轮受力

Fig. 3 Force of planetary gears with small tooth difference

在图 3(a)所示结构中, 假设所有受力均作用于 XOY 平面内。为维持系统的静力平衡, 齿圈 8 对星轮 7A 施加的切向力与中心曲柄轴 6 对星轮 7A 提供的切向力相互抵消, 二者形成的力矩则由周围曲柄轴所产生的切向力共同平衡; 同时, 齿圈 8 施加的径向力由所有曲柄轴共同支承。基于上述力学关系, 该系统的力与力矩平衡方程为

$$\begin{cases} \mathbf{F}_{8-7At} + \mathbf{F}_{6-7At} = 0 \\ \mathbf{F}_{8-7Ar} + \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_{5i-7Ar} + \mathbf{F}_{6-7Ar} = 0 \\ \mathbf{F}_{8-7At} R_{7A} + \mathbf{F}_{5i-7At} n R_a = 0 \\ \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_{5i-7At} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

式中, R_{7A} 为星轮 7A 的分度圆半径; R_a 为曲柄轴的分布圆半径。

在图 3(b)中, 对星轮 7B 进行受力分析, 其力与力矩平衡方程为

$$\begin{cases} \mathbf{F}_{8-7Bt} + \mathbf{F}_{6-7Bt} = 0 \\ \mathbf{F}_{8-7Br} + \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_{5i-7Br} + \mathbf{F}_{6-7Br} = 0 \\ \mathbf{F}_{8-7Bt} R_{7B} + \mathbf{F}_{5i-7Bt} n R_a = 0 \\ \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_{5i-7Bt} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中, R_{7B} 为星轮 7B 的分度圆半径。

求解式(6)、式(7)得, 齿圈 8 对星轮 7A 的作用力为

$$\mathbf{F}_{8-7A} = \frac{T_4}{2e \cos \alpha} \begin{pmatrix} \cos(\theta_6 - \alpha) \\ \sin(\theta_6 - \alpha) \end{pmatrix} \quad (8)$$

式中, θ_6 为中心曲柄轴 6 的转角; α 为齿轮啮合的压力角; e 为少齿差行星齿轮的偏心距。

齿圈 8 对星轮 7B 的作用力为

$$\mathbf{F}_{8-7B} = \frac{T_4}{2e \cos \alpha} \begin{pmatrix} \cos(\theta_6 - \alpha + \pi) \\ \sin(\theta_6 - \alpha + \pi) \end{pmatrix} \quad (9)$$

曲柄轴 5i 对星轮 7A 的作用力为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{5i-7A} &= \mathbf{F}_{5i-7At} + \mathbf{F}_{5i-7Ar} = \\ &= \frac{T_4 R_{7A}}{2en R_a} \begin{pmatrix} \cos \left[\pi - \theta_7 - \frac{2\pi(i-1)}{n} \right] \\ \sin \left[\pi - \theta_7 - \frac{2\pi(i-1)}{n} \right] \end{pmatrix} + \\ &= \frac{T_4 \tan \alpha}{2e(n+1)} \begin{pmatrix} \cos(\theta_6 + \frac{\pi}{2}) \\ \sin(\theta_6 + \frac{\pi}{2}) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

式中, θ_7 为少齿差行星齿轮自身转角。

曲柄轴 5i 对星轮 7B 的作用力为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{5i-7B} &= \mathbf{F}_{5i-7Bt} + \mathbf{F}_{5i-7Br} = \\ &= \frac{T_4 R_{7B}}{2en R_a} \begin{pmatrix} \cos \left[\pi - \theta_7 - \frac{2\pi(i-1)}{n} \right] \\ \sin \left[\pi - \theta_7 - \frac{2\pi(i-1)}{n} \right] \end{pmatrix} + \\ &= \frac{T_4 \tan \alpha}{2e(n+1)} \begin{pmatrix} \cos(\theta_6 - \frac{\pi}{2}) \\ \sin(\theta_6 - \frac{\pi}{2}) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

中心曲柄轴 6 对星轮 7A 的作用力为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{6-7A} &= \mathbf{F}_{6-7At} + \mathbf{F}_{6-7Ar} = \frac{T_4}{2e} \begin{pmatrix} \cos(\theta_6 + \pi) \\ \sin(\theta_6 + \pi) \end{pmatrix} + \\ &= \frac{T_4 \tan \alpha}{2e(n+1)} \begin{pmatrix} \cos(\theta_6 + \frac{\pi}{2}) \\ \sin(\theta_6 + \frac{\pi}{2}) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

中心曲柄轴 6 对星轮 7B 的作用力为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{6-7B} &= \mathbf{F}_{6-7Bt} + \mathbf{F}_{6-7Br} = \frac{T_4}{2e} \begin{pmatrix} \cos \theta_6 \\ \sin \theta_6 \end{pmatrix} + \\ &= \frac{T_4 \tan \alpha}{2e(n+1)} \begin{pmatrix} \cos(\theta_6 - \frac{\pi}{2}) \\ \sin(\theta_6 - \frac{\pi}{2}) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

3.3 曲柄轴受力分析及计算

该结构包含曲柄轴 5i 与中心曲柄轴 6 两个核心部件, 二者功能分工明确: 曲柄轴 5i 承担输出转矩的传递任务; 中心曲柄轴 6 仅负责输入转矩的传递, 不参与转矩输出过程。

图 4 所示为曲柄轴 5i 的受力情况。图 4 中, 曲柄轴 5i 的 O_{9B} 处承受行星架 9 的作用力, 分为切向分力 $\mathbf{F}_{9B-5it}$ 与径向分力 $\mathbf{F}_{9B-5ir}$; O_{7B} 处承受星轮 7B 的作用力, 分为切向分力 $\mathbf{F}_{7B-5it}$ 与径向分力 $\mathbf{F}_{7B-5ir}$; O_{7A} 处承受星轮 7A 的作用力, 分为切向分力 $\mathbf{F}_{7A-5it}$ 与径向分力 $\mathbf{F}_{7A-5ir}$; O_{9A} 处承受行星架 9 的作用力, 分为切向分力 $\mathbf{F}_{9A-5it}$ 与径向分力 $\mathbf{F}_{9A-5ir}$ 。

两片星轮 7A、7B 作用于曲柄轴 5i 的力分别为 $\mathbf{F}_{5i-7A}$ 与 $\mathbf{F}_{5i-7B}$ 的反作用力。其中, 径向分力 $\mathbf{F}_{7A-5ir}$ 与 $\mathbf{F}_{7B-5ir}$ 大小相等、方向相反, 二者随曲柄轴 5i 的旋转

同步转动, 且作用力方向始终指向曲柄轴轴心, 因此, 不会产生绕 Z 轴的力矩; 切向分力 F_{7A-5it} 与 F_{7B-5it} 大小相等、方向相同, 随行星架9的自转同步转动, 因作用力方向不指向轴心, 二者各自产生绕 Z 轴的转矩, 且两个转矩大小相等、方向相反, 最终实现曲柄轴 $5i$ 绕 Z 轴的力矩平衡。

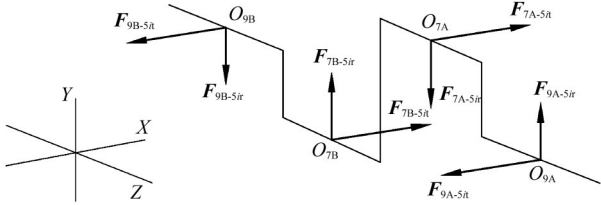


图4 曲柄轴 $5i$ 的受力

Fig. 4 Force on the crank shaft $5i$

对曲柄轴 $5i$ 分别进行径向与切向受力分析, 受力情况如图5所示。

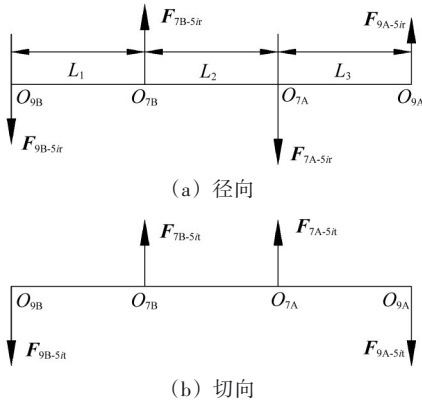


图5 曲柄轴 $5i$ 的径向与切向受力图

Fig. 5 Radial and tangential force diagrams on the crank shaft $5i$

分别在点 O_{9A} 、 O_{9B} 建立曲柄轴 $5i$ 的径向和切向弯矩平衡方程, 即

$$\begin{cases} F_{7A-5ir}(L_1 + L_2) - F_{7B-5ir}L_1 - F_{9A-5ir}(L_1 + L_2 + L_3) = 0 \\ F_{7B-5ir}(L_2 + L_3) - F_{7A-5ir}L_3 - F_{9B-5ir}(L_1 + L_2 + L_3) = 0 \\ F_{9A-5it}(L_1 + L_2 + L_3) - F_{7B-5it}L_1 - F_{7A-5it}(L_1 + L_2) = 0 \\ F_{7A-5it}L_3 + F_{7B-5it}(L_2 + L_3) - F_{9B-5it}(L_1 + L_2 + L_3) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

式中, L_1 为 A 端转臂轴承与支撑轴承间距离; L_2 为 A、B 两端转臂轴承间距离; L_3 为 B 端转臂轴承与支撑轴承间距离。

求解式(14)得, 行星架9对曲柄轴 $5i$ 的作用力为

$$\begin{aligned} F_{9A-5i} &= F_{9A-5ir} + F_{9A-5it} = \\ & \frac{T_4 L_2 \tan \alpha}{2e(n+1)(L_1 + L_2 + L_3)} \begin{pmatrix} \cos(\theta_6 + \frac{\pi}{2}) \\ \sin(\theta_6 + \frac{\pi}{2}) \end{pmatrix} + \\ & \frac{T_4 R_{7A}}{2enR_a} \begin{pmatrix} \cos[\pi - \theta_7 - \frac{2\pi(i-1)}{n}] \\ \sin[\pi - \theta_7 - \frac{2\pi(i-1)}{n}] \end{pmatrix} \frac{2L_1 + L_2}{L_1 + L_2 + L_3} \end{aligned} \quad (15)$$

$$F_{9B-5i} = F_{9B-5ir} + F_{9B-5it} =$$

$$\begin{aligned} & \frac{T_4 L_2 \tan \alpha}{2e(n+1)(L_1 + L_2 + L_3)} \begin{pmatrix} \cos(\theta_6 - \frac{\pi}{2}) \\ \sin(\theta_6 - \frac{\pi}{2}) \end{pmatrix} + \\ & \frac{T_4 R_{7B}}{2enR_a} \begin{pmatrix} \cos[\pi - \theta_7 - \frac{2\pi(i-1)}{n}] \\ \sin[\pi - \theta_7 - \frac{2\pi(i-1)}{n}] \end{pmatrix} \times \\ & \frac{2L_3 + L_2}{L_1 + L_2 + L_3} \end{aligned} \quad (16)$$

与曲柄轴 $5i$ 相同, 中心曲柄轴6(中心输入轴)在 O_{7A} 、 O_{7B} 、 O_{9A} 、 O_{9B} 等4个点分别受到来自星轮7A、7B以及行星架9的径向力和切向力, 如图6所示。对中心曲柄轴6分别进行径向与切向受力分析, 受力情况如图7所示。

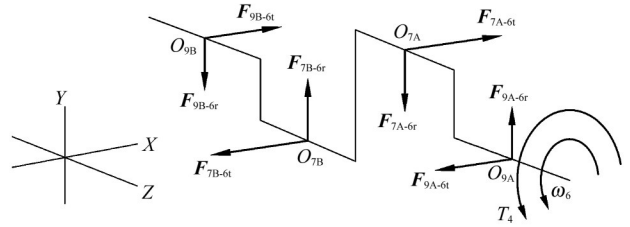


图6 中心输入轴的受力

Fig. 6 Force on the center input shaft

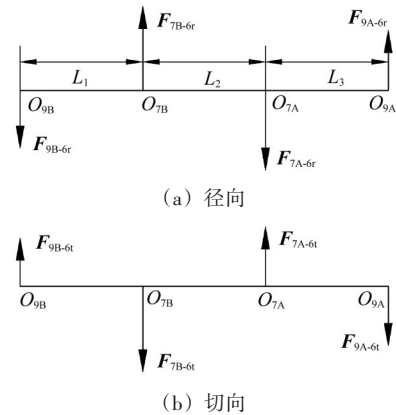


图7 中心输入轴的径向与切向受力图

Fig. 7 Radial and tangential force diagrams on the central input shaft

分别在点 O_{9A} 、 O_{9B} 建立中心曲柄轴6的径向和切向弯矩平衡方程, 即

$$\begin{cases} F_{7A-6ir}(L_1 + L_2) - F_{7B-6ir}L_1 - F_{9A-6ir}(L_1 + L_2 + L_3) = 0 \\ F_{7B-6ir}(L_2 + L_3) - F_{7A-6ir}L_3 - F_{9B-6ir}(L_1 + L_2 + L_3) = 0 \\ F_{9A-6it}(L_1 + L_2 + L_3) + F_{7B-6it}L_1 - F_{7A-6it}(L_1 + L_2) = 0 \\ F_{9B-6it}(L_1 + L_2 + L_3) + F_{7A-6it}L_3 - F_{7B-6it}(L_2 + L_3) = 0 \end{cases} \quad (17)$$

求解式(17)得, 行星架9对中心曲柄轴6的作用力为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{9A-6} &= \mathbf{F}_{9A-6r} + \mathbf{F}_{9A-6t} = \\ & \frac{T_4 L_2 \tan \alpha}{2e(n+1)(L_1 + L_2 + L_3)} \begin{pmatrix} \cos(\theta_6 + \frac{\pi}{2}) \\ \sin(\theta_6 + \frac{\pi}{2}) \end{pmatrix} + \\ & \frac{T_4 L_2}{2e(L_1 + L_2 + L_3)} \begin{pmatrix} \cos(\theta_6 + \pi) \\ \sin(\theta_6 + \pi) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{9B-6} &= \mathbf{F}_{9B-6r} + \mathbf{F}_{9B-6t} = \\ & \frac{T_4 L_2 \tan \alpha}{2e(n+1)(L_1 + L_2 + L_3)} \begin{pmatrix} \cos(\theta_6 - \frac{\pi}{2}) \\ \sin(\theta_6 - \frac{\pi}{2}) \end{pmatrix} + \\ & \frac{T_4 L_2}{2e(L_1 + L_2 + L_3)} \begin{pmatrix} \cos \theta_6 \\ \sin \theta_6 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

3.4 行星架受力分析及计算

图8所示为行星架9的受力情况。图8中, 行星架9受到来自各曲柄轴及主轴承10的作用力。这些力复杂多样, 为便于分析, 可将其全部简化至行星架9的轴心处。

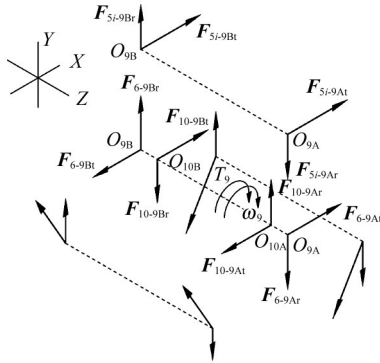


图8 行星架的受力图

Fig. 8 Force diagram on the planetary carrier

依据式(20)所示条件对行星架9的受力进行简化后, 分别对其径向与切向的受力情况进行分析, 结果如图9所示。

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_{5i-9At} = 0 \\ \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_{5i-9Bt} = 0 \\ \mathbf{F}_{5-9Ar} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_{5i-9Ar} \\ \mathbf{F}_{5-9Br} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_{5i-9Br} \\ \mathbf{F}_{5i-9B} = -\mathbf{F}_{9B-5i} \\ \mathbf{F}_{6-9B} = -\mathbf{F}_{9B-6} \end{cases} \quad (20)$$

分别在点 O_{10A} 、 O_{10B} 建立行星架9的径向和切向弯矩平衡方程, 即

$$\begin{cases} (\mathbf{F}_{5-9Br} + \mathbf{F}_{6-9Br})(L_5 - L_4) + (\mathbf{F}_{5-9Ar} + \mathbf{F}_{6-9Ar})L_4 - \mathbf{F}_{10-9Br}(L_5 - 2L_4) = 0 \\ (\mathbf{F}_{5-9Br} + \mathbf{F}_{6-9Br})L_4 + (\mathbf{F}_{5-9Ar} + \mathbf{F}_{6-9Ar})(L_5 - L_4) - \mathbf{F}_{10-9Ar}(L_5 - 2L_4) = 0 \\ \mathbf{F}_{10-9Bt}(L_5 - 2L_4) - \mathbf{F}_{6-9Bt}(L_5 - L_4) - \mathbf{F}_{6-9At}L_4 = 0 \\ \mathbf{F}_{10-9At}(L_5 - 2L_4) - \mathbf{F}_{6-9At}(L_5 - L_4) - \mathbf{F}_{6-9Bt}L_4 = 0 \end{cases} \quad (21)$$

式中, L_4 为主轴承与支撑轴承间距离; L_5 为 A、B 两端支撑轴承间距离。

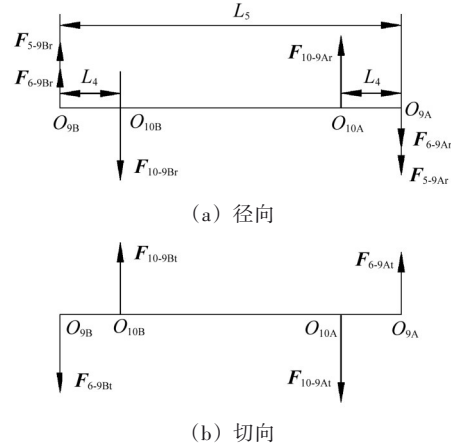


图9 行星架的径向与切向受力图

Fig. 9 Radial and tangential force diagrams on the planetary carrier

主轴承10A对行星架9的力为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{10-9A} &= \mathbf{F}_{10-9Ar} + \mathbf{F}_{10-9At} = \\ & \frac{T_4 L_2 \tan \alpha}{2e(L_5 - 2L_4)} \begin{pmatrix} \cos(\theta_6 + \frac{\pi}{2}) \\ \sin(\theta_6 + \frac{\pi}{2}) \end{pmatrix} + \\ & \frac{T_4 L_2}{2e(L_5 - 2L_4)} \begin{pmatrix} \cos(\theta_6 + \pi) \\ \sin(\theta_6 + \pi) \end{pmatrix} = \\ & \frac{T_4}{2e \cos \alpha} \begin{pmatrix} \cos(\theta_6 - \alpha + \pi) \\ \sin(\theta_6 - \alpha + \pi) \end{pmatrix} \times \frac{L_2}{L_5 - 2L_4} \end{aligned} \quad (22)$$

主轴承10B对行星架9的力为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{10-9B} &= \mathbf{F}_{10-9Br} + \mathbf{F}_{10-9Bt} = \\ & \frac{T_4 L_2 \tan \alpha}{2e(L_5 - 2L_4)} \begin{pmatrix} \cos(\theta_6 - \frac{\pi}{2}) \\ \sin(\theta_6 - \frac{\pi}{2}) \end{pmatrix} + \\ & \frac{T_4 L_2}{2e(L_5 - 2L_4)} \begin{pmatrix} \cos \theta_6 \\ \sin \theta_6 \end{pmatrix} = \\ & \frac{T_4}{2e \cos \alpha} \begin{pmatrix} \cos(\theta_6 - \alpha) \\ \sin(\theta_6 - \alpha) \end{pmatrix} \times \frac{L_2}{L_5 - 2L_4} \end{aligned} \quad (23)$$

3.5 少齿差机构整体受力分析

为验证子系统受力分析的准确性, 现将减速器的核心单元——由星轮、曲柄轴及行星架组成的系统作为一个整体进行考查, 对比其分析结果与前述求解是否一致。该核心单元的受力情况如图10所示。

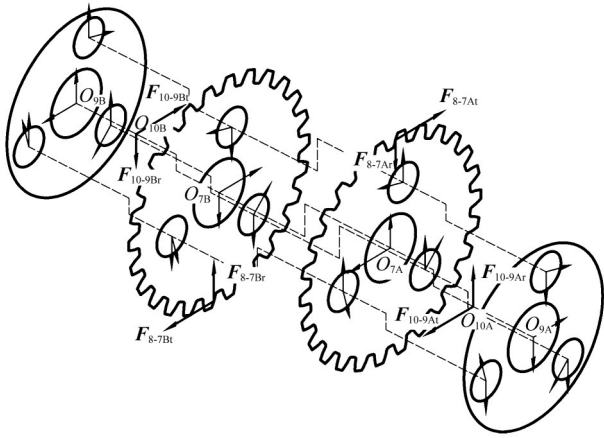


图10 核心单元受力简图

Fig. 10 Simple diagram of the force on the core unit

该核心单元受到来自齿圈8的作用力 F_{8-7A} 、 F_{8-7B} ，以及主轴承10A和10B分别施加的作用力 F_{10-9A} 和 F_{10-9B} 。将这些作用力简化至轴心位置，并分别对其径向与切向的受力情况进行分析，结果如图11所示。

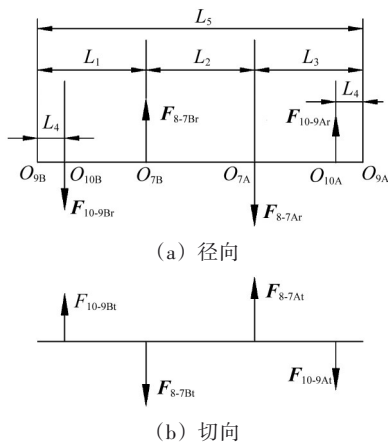


图11 核心单元的径向与切向受力图

Fig. 11 Radial and tangential force diagrams on the core unit

分别以 O_{10A} 和 O_{10B} 为矩心，建立该核心单元的径向与切向力矩平衡方程，即

$$\begin{cases} F_{8-7Br}(L_2 + L_3 - L_4) - F_{8-7Ar}(L_3 - L_4) - F_{10-9Br}(L_5 - 2L_4) = 0 \\ F_{8-7Ar}(L_1 + L_2 - L_4) - F_{8-7Br}(L_1 - L_4) - F_{10-9Ar}(L_5 - 2L_4) = 0 \\ F_{10-9Br}(L_5 - 2L_4) + F_{8-7Ar}(L_3 - L_4) - F_{8-7Br}(L_2 + L_3 - L_4) = 0 \\ F_{10-9Ar}(L_5 - 2L_4) + F_{8-7Br}(L_1 - L_4) - F_{8-7Ar}(L_1 + L_2 - L_4) = 0 \end{cases} \quad (24)$$

主轴承10A作用于核心单元的力为

$$F_{10-9A} = \frac{T_4}{2e \cos \alpha} \left(\frac{\cos(\theta_6 - \alpha + \pi)}{\sin(\theta_6 - \alpha + \pi)} \right) \frac{L_2}{L_5 - 2L_4} \quad (25)$$

主轴承10B作用于核心单元的力为

$$F_{10-9B} = \frac{T_4}{2e \cos \alpha} \left(\frac{\cos(\theta_6 - \alpha)}{\sin(\theta_6 - \alpha)} \right) \frac{L_2}{L_5 - 2L_4} \quad (26)$$

通过计算与比对，本节推导的受力表达式(25)、式(26)与第3.4节中式(22)、式(23)经严格化简后的结果完全一致，从而充分验证了前述各传动级受力推导过程的可靠性及结论的正确性。

4 曲柄轴轴承受力可视化模块实现

4.1 模块功能概述

本模块的核心功能包括两点：

1) 基于向量合成原理，计算各个轴承在输入轴 $0^\circ \sim 360^\circ$ 旋转周期内的受力模值。

2) 将多根曲柄轴的受力变化曲线绘制在同一幅图形中，通过图形展示提升结果可读性，清晰呈现多个轴承的受力差异与变化规律。

程序设计遵循“参数定义→理论计算→循环求解→可视化输出”的逻辑，与前期理论计算中的曲柄轴受力向量合成公式保持一致，忽略齿轮啮合间隙与摩擦损耗，保证计算结果的严谨性。

4.2 程序实现原理与关键步骤梳理

曲柄轴上轴承的受力由切向分力与径向分力通过向量合成得到，受力模值为合成向量的模长；多根曲柄轴因安装相位存在差异，通过设置相位偏移量实现受力曲线的差异化绘制，最终呈现多根曲柄轴在完整旋转周期内的受力变化。

4.3 某型减速器的计算应用

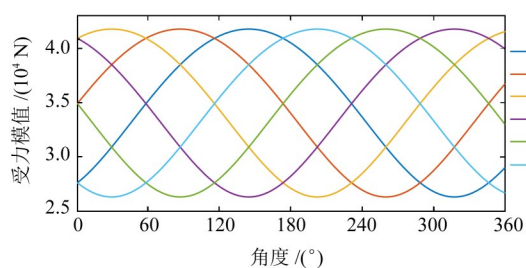
给定一组重型混合少齿差星轮传动机构的关键设计参数，如表1所示。

表1 减速器参数

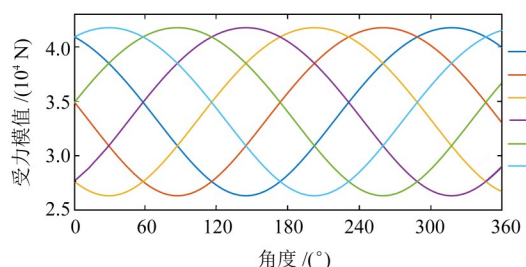
Tab. 1 Reducer parameters

参数	值
压力角 $\alpha/(\circ)$	20
内齿圈齿数	194
星轮齿数	186
模数/mm	4
中心距/mm	16
传动比	23.25
输出转矩/(kN·m)	110.3
输入转速/(r/min)	1 000
输出转速/(r/min)	43
曲柄轴5数量	6
曲柄轴分布圆半径 R_a /mm	270
A端转臂轴承与支撑轴承间距离 L_1 /mm	56
A、B两端转臂轴承间距离 L_2 /mm	99
B端转臂轴承与支撑轴承间距离 L_3 /mm	56
主轴承与支撑轴承间距离 L_4 /mm	0
A、B两端支撑轴承间距离 L_5 /mm	211

根据输入参数及程序计算, 得到了输入轴旋转 1 周期间各轴承受力的结果。如图 12 所示, 星轮 7A 和 7B 施加于 6 根曲柄轴 5 的作用力, 即为转臂轴承 14 的受力。图 12 中, A1-A6 分别对应 6 根曲柄轴输入侧转臂轴承的受力; B1-B6 分别对应 6 根曲柄轴输出侧转臂轴承的受力。分析表明, A、B 侧转臂轴承受力均在 25~43 kN 间循环波动; 同侧轴承的波动具有均匀相位差; 不同侧且相位一致时, 由于两片星轮受力方向相反, 其波动趋势也相应相反。



(a) 输入侧转臂轴承受力



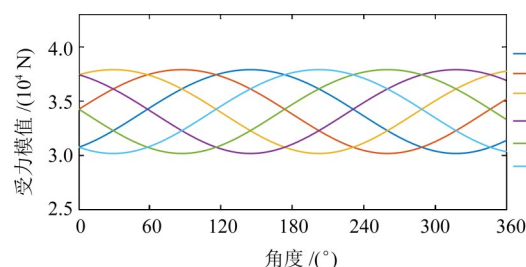
(b) 输出侧转臂轴承受力

图 12 曲柄轴 5i 上转臂轴承的受力

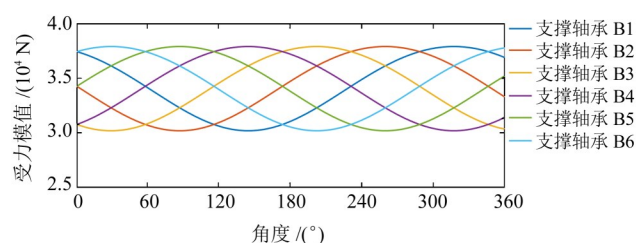
Fig. 12 Force on the rotor arm bearing on the crank shaft 5i

图 13 所示为 6 根曲柄轴 5 在行星架 9 的 O_{9A} 点与 O_{9B} 点处施加的力, 即支撑轴承 13 的受力情况。图 13 中, A1-A6 分别对应 6 根曲柄轴输入侧支撑轴承的受力; B1-B6 分别对应 6 根曲柄轴输出侧支撑轴承的受力。分析表明, 同一曲柄轴上的支撑轴承与转臂轴承受力特性相似, 均随输入轴旋转周期性变化, 但数值存在差异。

为详细研究同一轴上各轴承的受力特性, 选取其中一根曲柄轴作为分析对象, 其轴承受力分析结果如图 14 所示。



(a) 输入侧支撑轴承受力



(b) 输出侧支撑轴承受力

图 13 曲柄轴 5i 上支撑轴承的受力

Fig. 13 Force on the support bearing on the crank shaft 5i

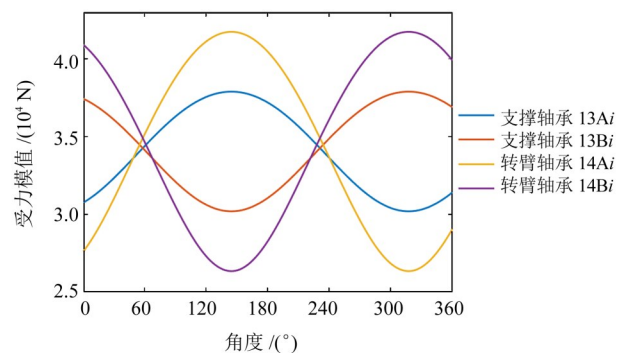


图 14 单曲柄轴 5 上轴承的受力

Fig. 14 Force on the bearing on the single crank shaft 5

观察图 14 可以看出, 无论是转臂轴承还是支撑轴承, 二者受力的波动中心均位于 34 kN 附近; 但转臂轴承的波动幅度显然更大。其原因可以从切向力与径向力的传递机制加以说明:

一方面, 两转臂轴承受星轮作用的切向力大小相等、方向相同, 这使得支撑轴承所受切向力与轴上力臂无关。切向力主导轴承受力的中心值, 因此, 各轴承受力中心值较为一致。

另一方面, 转臂轴承所受星轮径向力大小相等、方向相反, 使支撑轴承所受径向力随力臂增大而减小。径向力则主要控制受力的波动幅度, 因此, 转臂轴承的波动幅度明显大于支撑轴承。

图 15 所示为中心曲柄轴 6 上各轴承的受力情况。可以看出, 各轴承受力均为定值。其中, 转臂轴承的受力较大, 支撑轴承的受力较小。这是由于支撑轴承的施力点力臂较大。根据力矩平衡原理, 在相同力矩作用下, 力臂越大, 所需力越小。因此, 支撑轴承受力相应减小。

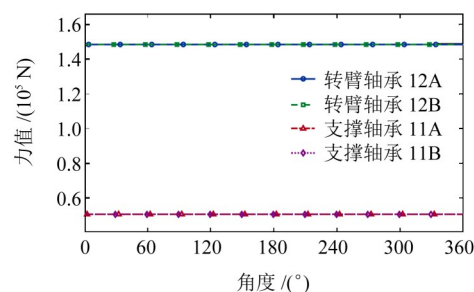


图 15 中心输入轴上轴承的受力

Fig. 15 Force on the bearing on the center input shaft

图 16 所示为单片星轮上各转臂轴承的受力对比, 直观地反映了不同转臂轴承之间的受力差异与规律。

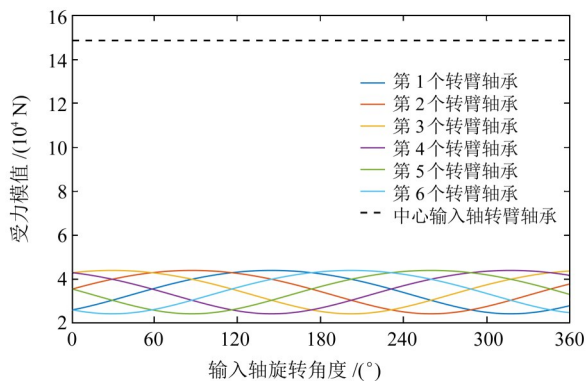


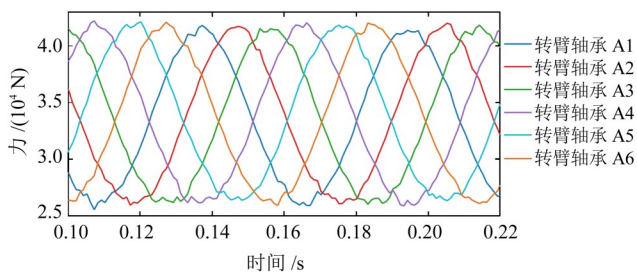
图 16 中心输入轴 6 与曲柄轴 5i 转臂轴承受力对比

Fig. 16 Comparison of the rotor arm bearing force of the center input shaft 6 and the crank shaft 5i

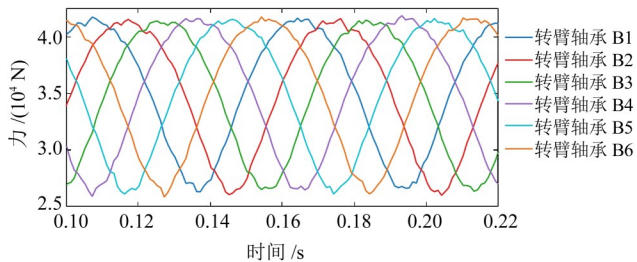
5 RecurDyn 动力学仿真分析

根据给定的设计参数构建减速机构三维实体模型。本节借助多体动力学软件 RecurDyn 开展动力学仿真分析,探究仿真所得的关键部件受力特性与理论计算结果的异同点。相较于理想静力学模型,动力学仿真存在一些差异,例如,齿轮副接触产生的冲击及零件自身质量带来的附加影响。为缩小二者之间的差距,本研究采用稳态数据作为参考,忽略重力影响,并将零件质量减小至可忽略惯性效应的程度。如此一来,仿真结果与静力学模型之间的差异仅来源于齿轮副啮合时产生的微小冲击,在其他方面二者理应保持一致。

图 17 所示为转臂轴承 14 在 A、B 两侧的仿真受力曲线。由图 17 可知,两侧轴承受力基本相同。对比仿真与理论计算结果,二者在受力大小、波动幅度及变化规律方面均具有良好的一致性。



(a) 输入侧转臂轴承受力

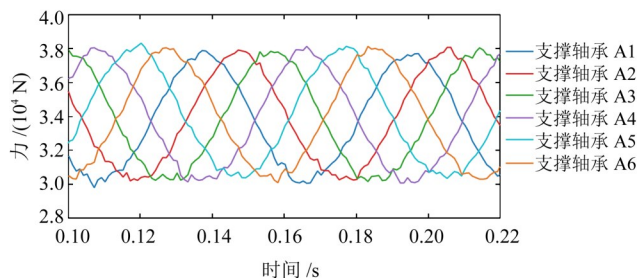


(b) 输出侧转臂轴承受力

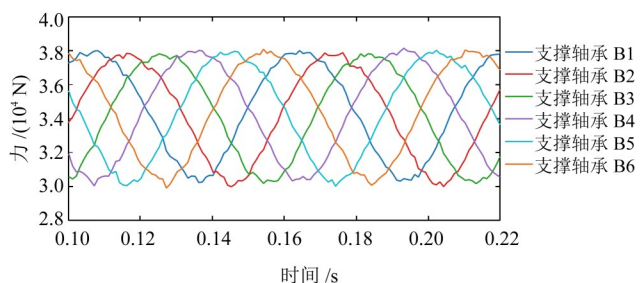
图 17 曲柄轴 5i 上转臂轴承仿真受力

Fig. 17 Simulation force on the rotor arm bearing on the crank shaft 5i

图 18 所示为支撑轴承 13 在 A、B 两侧的仿真受力曲线。与转臂轴承 14 的受力特征类似,除不可避免的微小波动外,其余受力特性均与理论计算结果高度吻合。



(a) 输入侧支撑轴承受力



(b) 输出侧支撑轴承受力

图 18 曲柄轴 5i 上支撑轴承仿真受力

Fig. 18 Simulation force on the support bearing on the crank shaft 5i

图 19 所示为中心曲柄轴 6 上各轴承的仿真受力曲线。由图 19 可知,仿真结果与此前的理论计算结果高度一致,各轴承的受力均趋于一个稳定的定值。这与理论预期完全相符,进一步验证了计算模型的正确性。

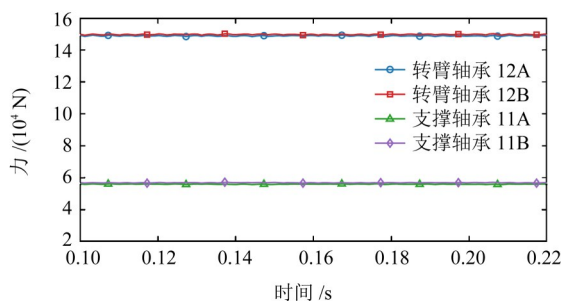


图 19 中心输入轴上轴承仿真受力

Fig. 19 Bearing simulated force on the center input shaft

在忽略仿真过程中不可避免的冲击等因素后,从整体受力幅值及波动趋势来看,理论计算与仿真结果高度吻合。这充分验证了所采用分析方法的科学性与可靠性。

6 结论

1) 构建了渐开线星轮、曲柄轴、行星架及少齿差机构整体的受力分析体系。建立了力与力矩平衡

方程,求解各部件间作用力表达式,经过验证推导,结果一致可靠。相较于现有单一部件受力分析,完善了混合少齿差传动机构的力学分析逻辑,为其强度设计与选型提供依据。

2) 成功实现轴承受力可视化模块。基于向量合成原理与标准流程,清晰展示了输入轴旋转1周内各轴承的受力变化情况,明确了不同轴承的受力大小和波动规律,并分析了这些受力特点的产生原因。

3) 借助RecurDyn软件开展动力学仿真验证,验证了理论分析方法的科学性。通过构建三维实体模型进行仿真,结果显示,转臂轴承、支撑轴承及中心输入轴轴承的受力幅值与波动趋势和理论计算结果高度吻合,偏差在可接受范围内。该仿真结果进一步证实了受力分析模型与计算方法的可靠性,为后续该传动机构的研究及工程应用提供了参考。

参 考 文 献

- [1] 朱飞鸿,宋朝省,常乐,等. 大速比复合少齿差齿轮传动啮合特性分析[J]. 机械传动,2023,47(2):124-130.
Zhu Feihong, Song Chaosheng, Chang Le, et al. Meshing characteristics analysis of a high-speed-ratio compound gear with small tooth difference[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2023, 47(2):124-130.
- [2] 段蕴杰,韩振华,韩小飞,等. 基于LTCA的摆线针轮制造误差分析与补偿研究[J]. 组合机床与自动化加工技术,2025(2):222-228.
Duan Yunjie, Han Zhenhua, Han Xiaofei, et al. Research on transmission error and error compensation of cycloidal pinwheel based on LTCA[J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2025(2):222-228.
- [3] 郑建瑞,邓兴,李哲,等. NN型少齿差传动的多目标优化[J]. 机械传动,2023,47(6):49-56.
Zheng Jianrui, Deng Xing, Li Zhe, et al. Multi-objective optimization of the NN type transmission with small tooth difference[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2023, 47(6):49-56.
- [4] 崔建昆,夏娟,周孔涛. 直线共轭少齿差行星齿轮减速器振动特性研究[J]. 机械强度,2023,45(1):141-147.
Cui Jiankun, Xia Juan, Zhou Kongtao. Research on vibration characteristics of linear conjugate planetary gear reducer with small tooth difference[J]. Journal of Mechanical Strength, 2023, 45(1):141-147.
- [5] 李力行,何卫东,王秀琦,等. 机器人用高精度RV传动研究[J]. 中国机械工程,1999,10(9):1001-1002.
Li Lixing, He Weidong, Wang Xiuqi, et al. Research on high precision RV transmission for robot[J]. China Mechanical Engineering, 1999, 10(9):1001-1002.
- [6] 朱才朝,黄健,唐倩. 少齿差行星齿轮传动实际接触齿数及载荷分配的研究[J]. 中国机械工程,2002,13(18):1586-1589.
Zhu Caichao, Huang Jian, Tang Qian. Study on contact teeth and load distribution of planetary gear with small tooth number difference[J]. China Mechanical Engineering, 2002, 13(18):1586-1589.
- [7] 马贵飞,冷承业. 基于CAD的渐开线少齿差行星齿轮传动变位系数的选取[J]. 机械设计与制造,2002(6):69-70.
Ma Guifei, Leng Chengye. Modification coefficient choose of the involute planetary gear drive with small teeth difference based on CAD[J]. Machinery Design & Manufacture, 2002(6):69-70.
- [8] 王光建,蒋汉军,褚志刚. 渐开线少齿差内啮合齿轮副几何设计研究[J]. 农业机械学报,2011,42(4):201-205.
Wang Guangjian, Jiang Hanjun, Chu Zhigang. Geometric design of involute internal gear pair with few teeth difference[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(4):201-205.
- [9] 冯定,杨行,冯一璟,等. 基于Matlab的渐开线少齿差行星齿轮变位系数取值方法研究[J]. 机械传动,2017,41(7):18-21.
Feng Ding, Yang Hang, Feng Yijing, et al. Research of the method of selection of modification coefficient value of the planetary involute gear with small teeth difference based on Matlab[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2017, 41(7):18-21.
- [10] Li H T, Niu W T, Zhang D W, et al. Effect of modification coefficient on nonlinear dynamic characteristics of planetary drive with small teeth number difference[J]. Journal of Vibroengineering, 2014, 16(1):90-102.
- [11] Dai L, Pu W, Wang J X. Mixed EHL analysis of planetary drives with small teeth number difference considering real tooth geometry[J]. Lubrication Science, 2018, 30(6):317-330.
- [12] Huang C, Huang B Y, Zhang Y, et al. Modal analysis and experimental research on a planetary reducer with small tooth number difference[J]. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, 2020, 44(2):202-212.
- [13] 崔建昆,周希,李晓强,等. 少齿差直线共轭齿廓设计与试验研究[J]. 机械传动,2021,45(1):85-89.
Cui Jiankun, Zhou Xi, Li Xiaoqiang, et al. Design and experimental study of straight line conjugate tooth profile with small tooth difference[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2021, 45(1):85-89.
- [14] 张跃明,杜海强,纪妹婷. 渐开线少齿差行星齿轮传动几何设计[J]. 机械设计与制造,2022(10):281-284.
Zhang Yueming, Du Haiqiang, Ji Shuting. Geometric design of involute less tooth difference planetary gear transmission[J]. Machinery Design & Manufacture, 2022(10):281-284.
- [15] 邹帅东,王光建,谢光辉,等. 一种上肢康复机器人肩关节减速器的传动精度分析及优化[J]. 机械传动,2024,48(7):137-142.
Zou Shuaidong, Wang Guangjian, Xie Guanghui, et al. Analysis and optimization on transmission accuracy of shoulder joint

- reducer for an upper limb rehabilitation robot [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2024, 48(7): 137-142.
- [16] Yang R Q, Guan Z J, Yang D D, et al. The wear behaviour of a new eccentric meshing reducer with small teeth difference[J]. *Machines*, 2024, 12(9): 605.
- [17] 唐沛, 贾爽, 周如意, 等. 新型大重合度内啮合齿轮强度计算方法研究[J]. *机械传动*, 2025, 49(12): 65-71.
- Tang Pei, Jia Shuang, Zhou Ruyi, et al. Research on strength calculation method of new internal mesh gears with high contact ratio [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2025, 49(12): 65-71.
- [18] 何坤, 陈勇全, 杜彦斌, 等. 全齿面修形面齿轮的啮合特性分析[J]. *机械传动*, 2025, 49(12): 47-55.
- He Kun, Chen Yongquan, Du Yanbin, et al. Analysis of meshing performance of face gear with full tooth surface modification [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2025, 49(12): 47-55.
- [19] 李志胜, 高松, 蔡志钦, 等. 考虑齿面微观形貌的面齿轮承载接触特性分析[J]. *机械传动*, 2025, 49(12): 10-19.
- Li Zhisheng, Gao Song, Cai Zhiqin, et al. Analysis of load-bearing contact characteristics of face gears considering the microtopography of tooth surface [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2025, 49(12): 10-19.
- [20] 吴志文, 王鹏, 徐中海, 等. 非对称误差对人字齿轮承载特性的影响分析[J]. *机械传动*, 2025, 49(12): 1-9.
- Wu Zhiwen, Wang Peng, Xu Zhonghai, et al. Influence of asymmetric errors on loaded meshing characteristics of herringbone gears [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2025, 49(12): 1-9.
- [21] 周干绪, 龙爱华. 混合少齿差星轮减速器和变速器的研究[J]. *中国机械工程*, 1993, 4(2): 44-46.
- Zhou Ganxu, Long Aihua. Research on hybrid star gear reducer and transmission with small tooth difference [J]. *China Mechanical Engineering*, 1993, 4(2): 44-46.
- [22] 叶小芬, 祝敏, 陈馨雯, 等. RV传动机构作用力分析研究[J]. *机械传动*, 2019, 43(8): 107-115.
- Ye Xiaofen, Zhu Min, Chen Xinwen, et al. Study on the force analysis of RV transmission mechanism [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2019, 43(8): 107-115.

Force analysis and simulation of hybrid small-tooth-difference star wheel reducer

Li Donghui Zhang Yinghui He Weidong Wei Zuoxin Wang Enpu

(School of Mechanical Engineering, Dalian Jiaotong University, Dalian 116028, China)

Abstract: [Objective] In view of the current lack of systematic force analysis of center-input multi-crank transmission mechanisms, taking the hybrid small-tooth-difference star wheel reducer as the research object, the force analysis of its second-stage transmission was focused, the visualization and simulation verification of bearing forces were realized to provide a reference for subsequent structural design and engineering application. [Methods] Force equilibrium equations were established for the involute star wheel, crank shaft, planetary carrier, and the overall small-tooth-difference mechanism. Expressions for the interaction forces among components were derived, and the consistency of the subsystem derivation was verified through the global force analysis. Based on the vector synthesis principle, a visualization module for bearing forces was implemented, showing the force magnitude and fluctuation pattern of each bearing during the input shaft rotation cycle. A 3D solid model was built using RecurDyn for dynamic simulation. [Results] The simulation results show that the force amplitudes and fluctuation trends of each bearing are highly consistent with the theoretical calculations, verifying the feasibility of the proposed calculation method.

Key words: Hybrid small-tooth-difference star wheel reducer; Force analysis; Bearing force; Visualization; RecurDyn simulation

(编辑: 贾文倩)