

## 基于辐板结构优化的航空发动机齿轮传动系统避振设计方法研究

张洋铭<sup>1</sup> 李波<sup>2</sup> 刘怀举<sup>1</sup> 王巧<sup>2</sup> 李扬<sup>1</sup>

(1.重庆大学 高端装备机械传动全国重点实验室, 重庆 400044)

(2.中国航发四川燃气涡轮研究院, 成都 610500)

**摘要:**【目的】针对航空发动机齿轮传动系统在复杂工况下易发行波共振, 进而制约高可靠性轻量化设计的问题, 开展齿轮辐板结构避振优化研究。【方法】首先, 构建基于Kriging插值法与贝叶斯超参数优化的齿轮模态振频代理模型, 以替代高成本数值分析, 高效预测结构参数对固有频率的影响; 其次, 以辐厚比、轮缘比为设计变量, 建立以系统质量最小化与综合啮合刚度最大化为目标的优化数学模型; 然后, 将代理模型嵌入非支配排序遗传算法(NSGA-III)框架, 并施加包含共振转速裕度在内的多类约束, 开展多目标迭代寻优; 最后, 采用优劣解距离法(TOPSIS)对Pareto前沿解集进行综合评估, 筛选最佳结构方案。【结果】结果表明, 所构建的代理模型对齿轮前三阶节径固有频率的决定系数 $R^2$ 分别达到96.7%、94.7%和98.8%, 预测精度满足工程设计需求。经优化设计后, 传动系统中存在行波共振风险的6个齿轮在连续运转及高转速工况下的共振点均被有效规避。相较于初始设计方案, 齿轮组总体质量减轻14.4%, 且各齿轮接触与弯曲疲劳安全系数仍分别满足大于1.25与1.5的强度标准。

**关键词:** 航空发动机; 附件机匣; 代理模型; 行波共振; 轻量化设计

**中图分类号:** V233.1+4 10.16578/j.issn.1004.2539.XXXX.XX.001

## 0 引言

齿轮传动系统是航空发动机附件机匣的核心机械传动部件。随着现代航空发动机向高速重载、高推重比方向发展, 对齿轮传动系统的轻量化与可靠性提出了更高要求<sup>[1-2]</sup>。为实现系统效能基本不变前提下的轻量化目标, 相关研究多从材料、工艺<sup>[3-4]</sup>及结构三个方面展开探讨。其中, 结构改进涵盖壳体结构优化与齿轮辐板结构改进等方向。

针对齿轮辐板结构设计, 国内外开展了一系列研究。VAHABI等<sup>[5]</sup>采用新型遗传神经网络优化直齿轮辐板孔拓扑结构, 与采用圆形孔的基础齿轮相比, 体积减小了23%。应力比降低至88.5, 降幅超18%。XU等<sup>[6]</sup>提出一种基于主应力线的多孔齿轮辐板设计方法, 与实心齿轮相比, 新型齿轮振动振幅降低29.46%, 质量减轻20.5%。齿轮辐板结构参数对固有频率存在直接影响。LI等<sup>[7]</sup>研究了薄壁齿轮模数和结构尺寸参数对齿轮固有频率的影响, 发现轮缘和辐板厚度对薄壁齿轮固有频率的影响大于其他参数。栾孝驰等<sup>[8]</sup>分析了辐板厚度和温度对齿轮行波共振的

影响, 提出辐板厚度变化对齿轮共振特性的影响大于工作温度变化的结论。吴斌等<sup>[9]</sup>建立了不同辐板孔结构的4组弧齿锥齿轮有限元模型, 结果表明, 带辐板孔齿轮较无辐板孔齿轮的固有频率均有一定程度降低。固有频率变化与行波共振现象存在密切关联, 齿轮节径固有频率落入工作转速区间会直接诱发行波共振。LIU等<sup>[10]</sup>建立了薄壁圆柱齿轮系统柔轮动力学模型, 证实角向不对中直齿圆柱齿轮系统转速达到节径振动共振转速时, 同样会发生行波共振。因此, 优化齿轮辐板结构设计, 不仅可实现轻量化, 还能有效调控齿轮系统固有频率, 降低行波共振发生概率, 提升系统稳定性与可靠性。

姜贵林等<sup>[11]</sup>针对某航空发动机传动系统圆柱齿轮辐板断裂问题开展结构优化, 大幅降低了齿轮行波共振失效风险。杨荣等<sup>[12]</sup>针对某航空发动机中央传动锥齿轮因行波共振导致的轮齿失效问题开展模态计算, 通过调整辐板结构实现了避振设计。赵宁等<sup>[13]</sup>针对航空发动机内锥齿轮易发行波共振的问题, 采用正交试验结合混合遗传算法优化结构参数, 实现了有效避振。

收稿日期: 2024-05-05

基金项目: 国家自然科学基金项目(52322504); 重庆市自然科学基金项目(CSTB2023NSCQ-JQX0016)

作者简介: 张洋铭, 男, 2000年生, 重庆永川人, 硕士; 主要研究方向为航空齿轮传动系统智能设计; 202307021046@stu.cqu.edu.cn。

刘怀举(通信作者), 男, 1986年生, 山东临沂人, 教授, 博士研究生导师; 主要研究方向为航空传动系统高功率密度设计; huaijuliu@cqu.edu.cn。

引用格式: 张洋铭, 李波, 刘怀举, 等. 基于辐板结构优化的航空发动机齿轮传动系统避振设计方法研究[J]. 机械传动, XXXX, XX(X): 1-11.

ZHANG Yangming, LI Bo, LIU Huaiju, et al. Research on vibration avoidance design method of the aero-engine gear transmission system based on web structure optimization[J]. Journal of Mechanical Transmission, XXXX, XX(X): 1-11.

综上, 现有相关研究多聚焦于元件级齿轮的避振设计; 而附件机匣所属航空发动机传动系统存在启动、连续运转、最高转速等复杂工况, 行波共振现象在不同工况下呈现多样性与复杂性, 难以精准分析<sup>[14-15]</sup>; 同时, 含大量参数的数值模型优化方法求解效率偏低。因此, 需探索更高效的全局优化策略, 完善航空发动机齿轮传动系统的避振设计体系。

代理优化凭借计算效率提升的核心优势, 已在多类工程技术领域实现应用, 在电机设计、航天飞行器研发、水下滑翔机设计等领域发挥关键支撑作用<sup>[16-18]</sup>。但在航空发动机附件机匣齿轮传动系统轻量化设计领域, 尤其针对行波共振相关的避振问题, 代理优化尚未实现广泛应用。

针对航空附件机匣齿轮传动系统结构轻量化设计过程中易诱发行波共振、进而导致齿轮断裂的问题, 开展基于Kriging模型与NSGA-III算法的航空发动机齿轮传动系统避振设计方法研究。研究过程中, 首先精准构建航空齿轮模态振频代理模型; 随后结合NSGA-III优化算法开展齿轮辐板结构优化; 在保障齿轮强度、有效规避行波共振的前提下, 实现齿轮辐板结构轻量化的核心目标。

## 1 辐板结构优化设计

图1为航空发动机齿轮传动系统辐板结构轻量化技术路线图。通过某航空发动机附件机匣结构确定齿数、辐厚比和轮缘比等变量参数范围, 采用拉丁超立方试验设计方法, 在全局范围内抽取均匀分布的样本, 利用抽取样本开展数值计算, 得到代理模型所需数据集; 采用Kriging插值法对划分后数据集建立模态振频代理模型, 并基于NSGA-III算法建立机匣齿轮辐板优化模型。

### 1.1 结构和工况

该传动系统为双侧分流三级传动, 主要部件包括中心锥齿轮、分流齿轮、末端附件驱动齿轮等共11个齿轮、16个深沟球轴承以及8根转轴。其中, 弧齿锥齿轮2个, 渐开线圆柱直齿轮9个, 如图2所示。其中,  $\delta$ 、 $d_r$ 、 $d_a$ , 分别为单个齿轮的辐板厚度、轮缘内径和齿顶圆直径; 左下到右上分别为齿轮I至齿轮IX, 2个弧齿锥齿轮属于第一级传动; 齿轮V与齿轮VI为渐开线圆柱直齿轮, 属于第二级分流传动; 齿轮I至IV和齿轮VII至IX均为渐开线圆柱直齿轮, 分别为第三级右侧传动和第三级左侧传动。

轴按照数字1~8进行编号, 聚焦发动机正常运行与高速运行工作状态, 即高压转子从发动机中提取功率, 用于驱动各个附件正常工作。预设运转的工况为5000 h, 启动持续时长为4 h, 采用喷油润滑。输出

轴3驱动功率50 kW的负载, 输出轴5驱动功率20 kW的负载, 输出轴6两端分别驱动25 kW和30 kW的负载, 输出轴8驱动功率25 kW的负载。表1所示为机匣运转工况参数。

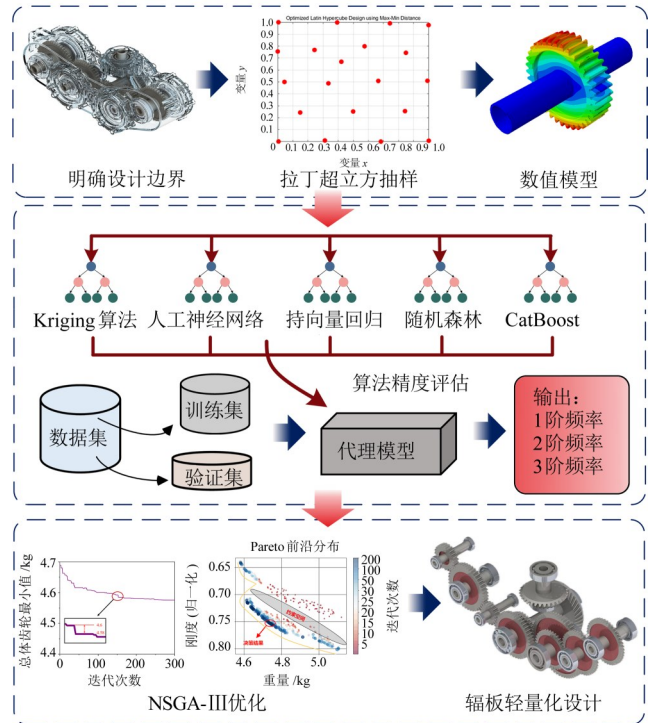


图1 航空发动机齿轮传动系统辐板结构避振优化技术路线

Fig. 1 Technical route for vibration avoidance optimization of web structure in aero-engine gear transmission system

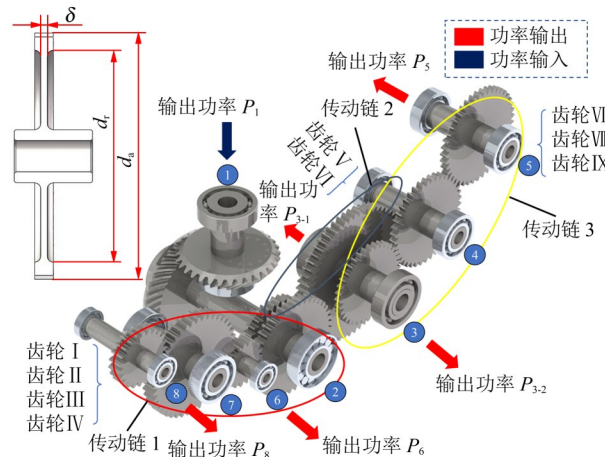


图2 某型航空发动机附件机匣齿轮传动系统结构示意图

Fig. 2 Structural schematic of the gear transmission system in an aero-engine accessory gearbox

表2所示为该传动系统初始设计方案及强度安全系数结果。初始方案根据工程经验确定, 强度根据ISO-6336:2019<sup>[19-21]</sup>标准进行计算。其中, 接触、弯曲疲劳安全系数按照《航空发动机机械系统设计》<sup>[22]</sup><sup>[40-41]</sup>要求须分别大于1.25和1.5。由于辐板结构变化基本不会影响齿轮胶合性能, 故不对胶合安

表1 某型航空发动机附件机匣运转工况参数

Tab. 1 Operating condition parameters of an aero-engine accessory gearbox

传动轴	正常工况		高速工况	
	功率/kW	转速/(r/min)	功率/kW	转速/(r/min)
轴1	151	13 365	151	14 850
轴2	151	10 092	151	11 214
轴3	50	22 841	50	25 377
轴4	0.5	10 092	0.5	11 214
轴5	20	18 867	20	21 000
轴6	55	5 459	55	6 065
轴7	0.5	4 793.26	0.5	5 325
轴8	25	4 571	25	5 075

全系数开展校核。在该初始方案中, 齿轮副 II - I、

III - II、VIII - VII、IX - VIII 的最小弯曲疲劳安全系数分别为 12.56、4.2、4.46 和 4.7, 存在较大设计冗余。为实现减重目标, 齿轮可设计为薄辐板结构, 其中辐厚比和轮缘比为关键设计参数, 具体计算式如下:

$$\psi_r = \frac{d_a - d_r}{2m_n} \quad (1)$$

$$\psi_s = \frac{\delta}{b}$$

式中,  $\psi_r$  为轮缘比;  $d_a$  为齿顶圆直径, mm;  $d_r$  为轮缘内径, mm;  $m_n$  为齿轮法向模数, mm;  $\psi_s$  为辐厚比;  $\delta$  为辐板厚度, mm;  $b$  为齿宽, mm。根据《航空发动机机械系统设计》<sup>[22][37-38]</sup>, 取  $\psi_r$  为 4.16~6.8,  $\psi_s$  为 0.1~1。初始设计方案中, 辐板厚度  $\delta = b$ , 即  $\psi_s = 1$ 。

表2 航空齿轮传动系统初始设计参数

Tab. 2 Initial design parameters of the aerospace gear transmission system

齿轮	模数/mm	齿数	压力角/(°)	齿宽/mm	变位系数	辐厚比	轮缘比	接触安全系数	弯曲安全系数	胶合安全系数
I	2.5	23	25	15	0	1	6.8	2.38	12.56	4.18
II	2.5	43	25	15	0	1	6.8	2.33	13.29	4.18
III	2.5	19	25	15	0	1	6.8	1.34	4.2	4.17
IV	2.5	43	25	12	0	1	6.8	1.44	4.5	4.17
V	2.5	33	25	12	0	1	6.8	1.35	2.62	1.33
VI	2.5	61	25	12	0	1	6.8	1.39	2.69	1.33
VII	2.5	36	25	8	0	1	6.8	1.68	4.46	3.55
VIII	2.5	41	25	8	0	1	6.8	1.70	4.50	3.55
IX	2.5	43	25	8	0	1	6.8	1.78	4.47	3.62

弹性模量  $E=2.1 \times 10^{11}$  Pa 密度  $\rho=7.85 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup> 泊松比  $\mu=0.37$  齿轮组总质量: 5.54 kg

## 1.2 模态频代理模型

航空齿轮结构轻量化设计过程中必须考虑避振要求。为此, 基于有限元法建立齿轮行波共振有限元数值分析模型, 采用模态分析法获取固有频率。固有特性模型采用 10 节点四面体 C3D10 单元进行网格划分, 近似全局尺寸为 4 mm, 使用商业软件 Abaqus 分析。由于齿轮轴由两个深沟球轴承支撑, 在两个轴承安装位置的中间平面上选取 1 圈节点, 将这些节点分别与其各自中心轴线上一个节点进行耦合约束设置; 同时, 创建中心节点作为接地弹簧, 以此模拟两个轴承的支撑面。图 3 所示为齿轮 V 的固有特性有限元模型。

通常, 盘形齿轮的振型分为节圆型、节径型和节圆节径复合型 3 种。节圆型节线为同心圆, 一般不易发生共振; 节径型节线为径向分布的直线, 易发生共振并导致齿轮辐板断裂; 低阶振动频率较低, 节径数为 1~3 时的圆盘振动相对而言更危险<sup>[23]</sup>; 复合

型振动频率较高, 产生应力较小, 不易发生共振。故提取齿轮 1~3 阶节径振型作为评价指标。图 4 为齿轮 II 在辐厚比  $\psi_s = 0.35$ 、轮缘比  $\psi_r = 6.05$  情况下的 1~3 阶节径振型图。

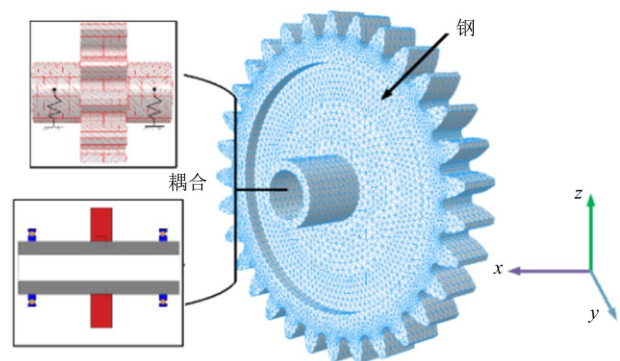
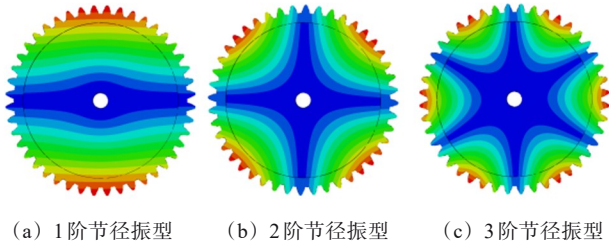


图3 薄辐板齿轮有限元模型(齿轮V)

Fig. 3 Finite element model of the thin-web gear (Gear V)

在航空齿轮传动系统辐板轻量化设计中, 选取齿数、齿宽、轴外径、轴内径、轴长、辐厚比、轮

缘比作为变量。其中,齿数、齿宽、轴外径、轴内径、轴长等5类参数基于机匣模型系统设计要求,被设置为固定且离散参数,与图2中齿轮编号一一对应。根据工程经验确定参数取值域<sup>[22]35~39</sup>,具体参数范围如表3所示。需要说明的是,当前模型聚焦于固有特性主导的敏感参数分析,由于载荷对固有频率的影响较小,暂未将该参数纳入变量。



(a) 1阶节径振型 (b) 2阶节径振型 (c) 3阶节径振型

图4 齿轮II前3阶节径振型

Fig. 4 First three nodal diameter vibration modes of Gear II

表3 齿轮辐板结构设计变量取值范围

Tab. 3 Value ranges of design variables for the gear web structure

参数	含义	取值范围
$X_1$	齿轮编号	I~IX
$X_2$	轮缘比	4.16~6.8
$X_3$	辐厚比	0.1~1

将表3参数作为抽样因素,采用拉丁超立方试验设计方法分层抽取,得到代理模型训练空间。利用数值模型对训练空间中数据开展模态计算,输出结果为各齿轮1~3阶固有频率。

使用Kriging算法构建代理模型。与其他代理方法相比,Kriging模型对非线性问题具有较高的适应能力,是目前应用最广泛、最具代表性的代理模型方法之一<sup>[24]</sup>,其表达式和误差特性为

$$\begin{cases} Y(x) = \sum_{j=0}^p f_j(x)\beta_j + Z(x) \\ E[Z(x)] = 0 \\ D[Z(x)] = \sigma^2 \\ \text{Cov}[Z(t), Z(u)] = \sigma^2 R(t, u) \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $\sum_{j=0}^p f_j(x)\beta_j$  为全局回归模型;  $f_j(x)$  表示基函数;  $\beta_j$  为标量回归系数;  $Z(x)$  为误差的随机过程,通常假设其服从正态分布  $N(0, \sigma^2)$ ;  $R(t, u)$  为相关函数,选取高斯函数作为相关函数。

在Kriging模型中,通常通过最大化似然函数确定超参数  $\theta$ ,超参数  $\theta$  通过影响相关函数  $R(t, u)$  的形状,进而决定协方差矩阵  $C = \sigma^2 R$  的结构。选择合适的超参数对模型性能有显著影响,依靠经验选取超参数不仅耗时且无法保证最优,故采用贝叶斯优化对超参数进行调优,提升代理效果<sup>[25]</sup>。

为了选取最佳模型,选取决定系数  $R^2$  和平均绝对误差  $M_{MAE}$  作为评估模型的评价指标,即

$$\begin{cases} R^2 = [1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}] \\ M_{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $y_i$  为真实值;  $\hat{y}_i$  为预测值;  $\bar{y}$  为平均值。

### 1.3 辐板结构优化设计

为实现航空发动机齿轮传动系统减重、避振协同优化设计,采用非支配排序遗传算法(NSGA-III)开展求解,并将前述模态振频代理模型引入设计流程,作为共振约束条件指导辐板结构优化。辐板结构的优化技术路线如图5所示。首先,对该传动系统开展工况分析,明确设计边界、约束条件及优化目标;其次,基于NSGA-III非支配排序遗传算法进行迭代求解;最后,采用TOPSIS优劣解距离法对优化方案开展综合评估。其中,优化目标设定为“轻量化”与“综合啮合刚度最大化”;设计变量选取齿轮辐厚比、轮缘比等关键结构参数;约束条件则涵盖强度约束、振动约束、结构约束等共7项。

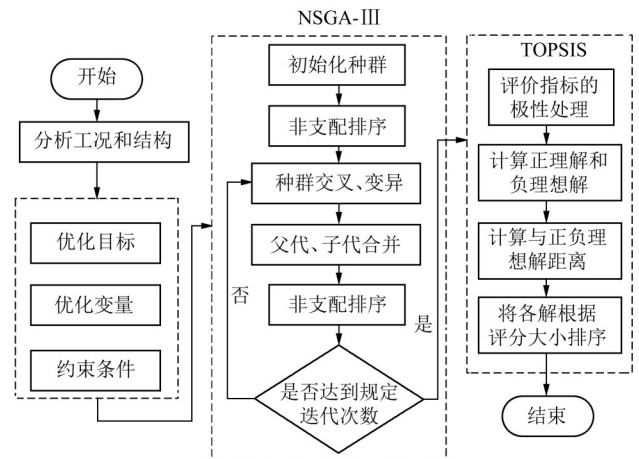


图5 基于NSGA-III算法的齿轮辐板结构优化流程

Fig. 5 Optimization flow of gear web structure based on NSGA-III algorithm

设计变量包含9个圆柱齿轮的辐厚比和轮缘比,共计18个变量,以满足齿轮组几何结构、强度要求、振动要求。设  $X$  为航空附件传动系统中各设计变量  $x_i$  组成的变量矩阵,其中,  $i = \text{I}, \text{II}, \dots, \text{IX}$ , 有

$$X = [\psi_{s\text{I}}, \psi_{s\text{II}}, \psi_{s\text{III}}, \psi_{s\text{IV}}, \psi_{s\text{V}}, \psi_{s\text{VI}}, \psi_{s\text{VII}}, \psi_{s\text{VIII}}, \psi_{s\text{IX}}, \psi_{r\text{I}}, \psi_{r\text{II}}, \psi_{r\text{III}}, \psi_{r\text{IV}}, \psi_{r\text{V}}, \psi_{r\text{VI}}, \psi_{r\text{VII}}, \psi_{r\text{VIII}}, \psi_{r\text{IX}}] \quad (4)$$

式中,  $\psi_{s_i}$  为对应齿轮辐厚比;  $\psi_{r_i}$  为对应齿轮轮缘比。

为实现质量优化、尺寸控制与各级齿轮强度协调,选取齿轮组总质量与综合啮合刚度两项作为结构优化的目标函数,优化过程中保证啮合刚度波动

控制在合理范围。目标函数为

$$\begin{cases} \min \{ f_1(x) \} = \min \left\{ \sum_i^9 M_i \right\} \\ \max \{ f_2(x) \} = \max \left\{ \sum_j^6 c_{\gamma j} \right\} \\ f_1(x) = \sum_i^9 M_{g_i} - \sum_i^9 M_{w_i} \\ M_{w_i} = \frac{\pi}{4} (d_f - d_r)^2 \rho b_s \\ d_r = 2m_n(\psi_r - 2.25) \\ b_s = (1 - \psi_s)b \\ f_2(x) = \frac{c_j}{6} \\ c_j = \sum_j^6 \frac{c_{\gamma j} - \min c_{\gamma j}}{\max c_{\gamma j} - \min c_{\gamma j}} \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $f_1(x)$ 、 $f_2(x)$ 分别为齿轮组总质量和归一化后啮合刚度;  $M_i$ 为各齿轮切除辐板后质量, kg,  $i=I, II, \dots, IX$ ;  $c_{\gamma j}$ 为每一对齿轮副的归一化后啮合刚度, kN,  $j=1, 2, \dots, 6$ 。

齿轮组的总体质量为第一个目标函数 $f_1(x)$ , 包含9个圆柱齿轮的质量,  $M_{g_i}$ 与 $M_{w_i}$ 分别表示圆柱齿轮质量和切除辐板质量, kg,  $i=I, II, \dots, IX$ ;  $d_f$ 为齿根圆直径, mm;  $d_r$ 为轮缘直径, mm;  $b_s$ 为被切辐板厚度, mm; 传动系统归一化啮合刚度为第二个目标函数 $f_2(x)$ , 包含6个齿轮副的归一化后啮合刚度, 按照ISO 6336: 2019计算,  $c_j$ 为每一对齿轮副的归一化后的啮合刚度,  $j=1, 2, \dots, 6$ ;  $c_{\gamma j}$ 为根据标准ISO 6336. 1: 2019计算得到的齿宽啮合刚度平均值, N/(mm·μm)。

约束条件包括强度约束、振动约束、结构约束3类, 具体如表4所示。对于强度约束, 包括接触疲劳安全系数和弯曲疲劳安全系数, 按照ISO 6336: 2019准开展齿面接触疲劳和齿根弯曲疲劳计算; 对于振动约束, 为防止行波共振, 要求转速裕度须超过前后行波共振转速的10%, 同时关注前3阶固有频率作为评价指标; 对于结构约束, 辐板厚度小于1.6倍齿轮模数时易出现高应力集中, 需开展轮缘和辐板的静强度、刚度计算, 为简化计算流程, 设置辐板厚度均大于1.6倍齿轮模数。

表4 辐板结构优化约束条件

Tab. 4 Constraints for the web structure optimization

约束类型	约束条件	具体计算式
强度约束	接触强度	$S_H > 1.25$
	弯曲强度	$S_F > 1.5$
振动约束	共振	$N_{f_0} < 0.9N \cup N_{f_0} > 1.1N$
		$N_{b_0} < 0.9N \cup N_{b_0} > 1.1N$
结构约束	辐板结构	$\psi_s > 1.6m_n \cup \psi_r > 1.6m_n$

## 2 结果与讨论

### 2.1 代理结果

根据表3所列设计参数边界, 构建齿轮模态振频数值分析模型输入参数集。辐厚比、轮缘比和齿轮编号采用拉丁超立方分层抽样方法获取, 输入参数集包含齿数、齿宽、轴内径、轴外径、轴长、轮缘比和辐厚比共7类参数, 轮缘比和辐厚比根据拉丁超立方抽样确定, 其余参数根据抽样后的齿轮编号一一对应。

通过抽样仿真获取50组固有频率数据, 用于模态振频代理模型的训练。按8:2的比例将这50组数据划分为训练集与验证集; 为检验代理模型精度, 额外抽取9组数据作为测试集, 用于验证模型的最终评估效果。通过数值分析模型计算得到对应样本齿轮的前3阶固有振动频率, 具体结果如表5所示。上述数据共同构成本文的总体数据集, 总计包含59组数值分析结果。

表5 不同辐板结构齿轮前3阶节径固有频率范围

Tab. 5 Ranges of the first three nodal diameter natural frequencies for gears with different web structures

	含义	取值范围
输入	齿数 $z$	[19, 23, 33, 41, 43, 61]
	齿宽 $b$ /mm	[8, 12, 15]
	轮缘比 $\psi_r$	[4.16~6.8]
	辐厚比 $\psi_s$	[0.1~1]
	轴外径 $D$ /mm	[20, 30, 34]
	轴内径 $d$ /mm	[10, 15, 20]
	轴长 $L$ /mm	[110, 111, 117.5, 122, 122, 222]
输出	1阶固有频率 $f_1$ /Hz	[470~9 982]
	2阶固有频率 $f_2$ /Hz	[1 233~22 761]
	3阶固有频率 $f_3$ /Hz	[3 333~41 813]

代理模型的精度和泛化能力直接影响后续齿轮传动系统避振设计效果。为评估最优代理模型算法并获取模型超参数, 将Kriging算法与其他几种常见代理模型算法在测试集上进行对比, 包括随机森林(Random Forest, RF)、Catboost、支持向量回归(Support Vector Regression, SVR)和人工神经网络(Artificial Neural Network, ANN)<sup>[26-27]</sup>。基于上述5种方法, 分别构建齿轮节径振频代理模型, 采用贝叶斯优化对各方法的关键超参数进行调优, 以获得更优预测效果。优化过程采用训练集, 训练集与验证集划分与前文保持一致, 优化目标为决定系数 $R^2$ 。

图6(a)~图6(c)对比了不同算法在1~3阶节径频率的 $R^2$ 和 $M_{MAE}$ 。1阶模型中, Kriging和SVR的性能明显优于其他算法, 其频率 $R^2$ 和 $M_{MAE}$ 分别为96.7%、96.8%和320、319.21 Hz; Catboost和ANN的预测效

果次之, 频率  $R^2$  和  $M_{MAE}$  分别为 94.8%、93.5% 和 411、451 Hz; RF 的预测效果最差。2 阶模型中, Kriging 表现最佳, 其频率  $R^2$  和  $MAE$  分别为 94.7% 和 876.9 Hz; SVR 次之, 频率  $R^2$  和  $M_{MAE}$  分别为 96.8% 和 1 026 Hz; Catboost、ANN 和 RF 效果较差。3 阶模

型中, Kriging 的预测效果最优, 频率  $R^2$  和  $M_{MAE}$  分别为 98.8% 和 941 Hz; SVR、Catboost 和 ANN 次之, 频率  $R^2$  和  $M_{MAE}$  分别为 99%、97.7%、98% 和 941、1 076、893 Hz; RF 的预测效果最差。因此, 选择 Kriging 作为本文振频模态代理模型的最优算法。

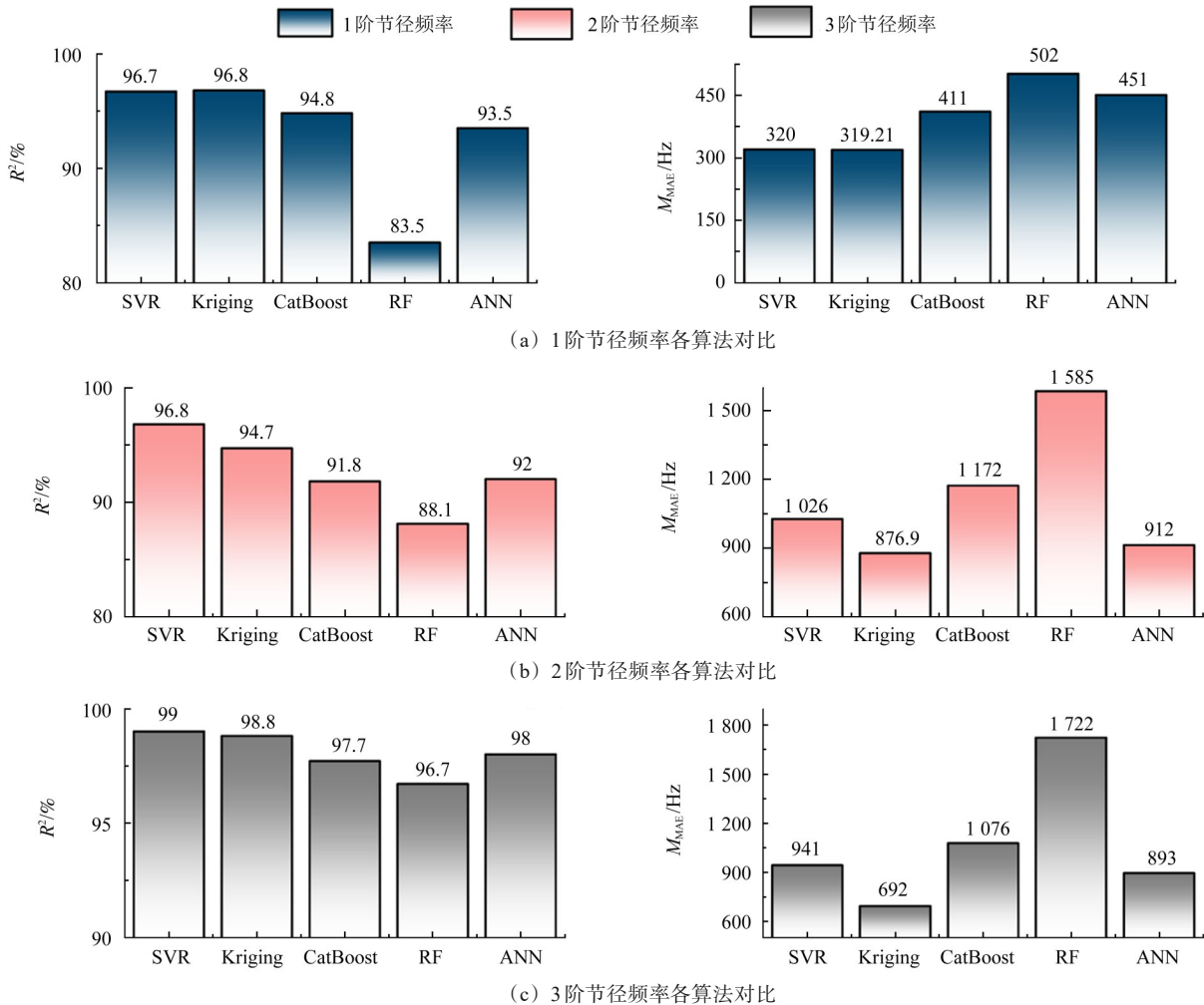


图6 不同代理模型算法对节径固有频率预测精度对比

Fig. 6 Comparison of the prediction accuracy for nodal diameter natural frequencies by different surrogate model algorithms

Kriging 前3阶节径模型在验证集和训练集上的拟合效果如图7所示。1~3阶节径频率范围分别为470~10 000、1 200~20 000、3 000~40 000 Hz。根据图7中频率分布, 1~3阶节径频率随阶次增加呈现约两倍频增长趋势。前3阶节径的  $R^2$  值均保持在较高水平, 第3阶的  $R^2$  值略低, 是因为在36 000 Hz附近误差偏大。1阶和3阶节径的  $M_{MAE}$  相对较低, 其中, 3阶节径的  $MAE$  为1阶节径  $M_{MAE}$  的3.09倍, 仍然小于4倍。而2阶节径的  $M_{MAE}$  为253 Hz, 与3阶节径的水平相近, 表明2阶节径数据集离散度相对更高。

## 2.2 参数特征分析

为分析辐板参数对齿轮节径振频的影响, 将辐厚比和轮缘比10等分, 建立10×10的全配对设计样本, 采用2.1节中所建立的代理模型对其进行评估。

由于前3阶节径振动的参数敏感性规律相似, 仅给出1阶节径固有频率的热力图。图8为齿轮I、III、V、VII、VIII和IX的辐板结构参数对频率影响热力图。由图8可知, 齿轮前3阶固有频率随辐厚比增大而增大, 随齿数减小而增大。当辐板厚度较小时, 齿轮轮缘比对前3阶固有频率的灵敏度偏高, 以图8(a)为例, 当辐厚比小于0.25时, 随着轮缘比从4.16增加到6.8, 其1阶固有频率从4 440 Hz增加到7 500 Hz左右。反之, 辐厚比较大时, 齿轮轮缘比对前3阶固有频率的灵敏度偏低, 当辐厚比大于0.8时, 随轮缘比从4.16增加到6.8, 其1阶固有频率无显著变化, 稳定在9 700 Hz左右。

由图8(a)和图8(b)可知, 齿数在20左右时, 齿轮随着其辐厚比从0.1增长到1, 其1阶固有频率从

4 440 Hz 增长到 10 640 Hz; 由图 8(c)可知, 齿数在 30 左右时, 齿轮随着其辐厚比增加, 其 1 阶固有频率从 1 480 Hz 增长到 6 000 Hz; 由图 8(e)和图 8(f)可知, 齿数在 40 左右时, 齿轮随着其辐厚比增加, 其

1 阶固有频率从 0 增长到 3 300 Hz。对于齿数范围在 20~40 且辐厚比为 1 的齿轮, 其 1 阶固有频率随齿数增加, 从 10 000 Hz 降低到 3 000 Hz; 2 阶固有频率随齿数增加, 从 25 000 Hz 降低到 5 000 Hz 左右。

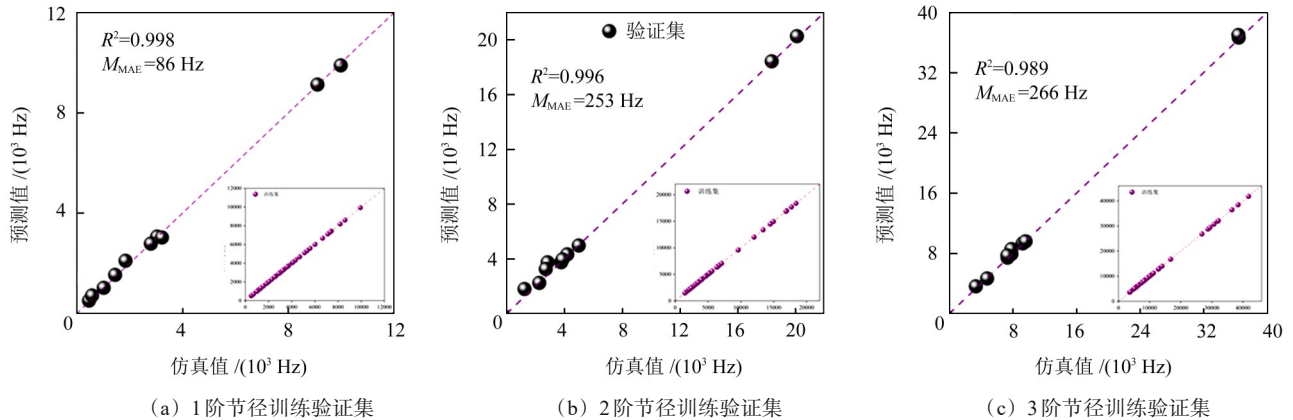


图 7 Kriging 代理模型在训练集与验证集上的拟合效果

Fig. 7 Fitting performance of the Kriging surrogate model on training and validation sets

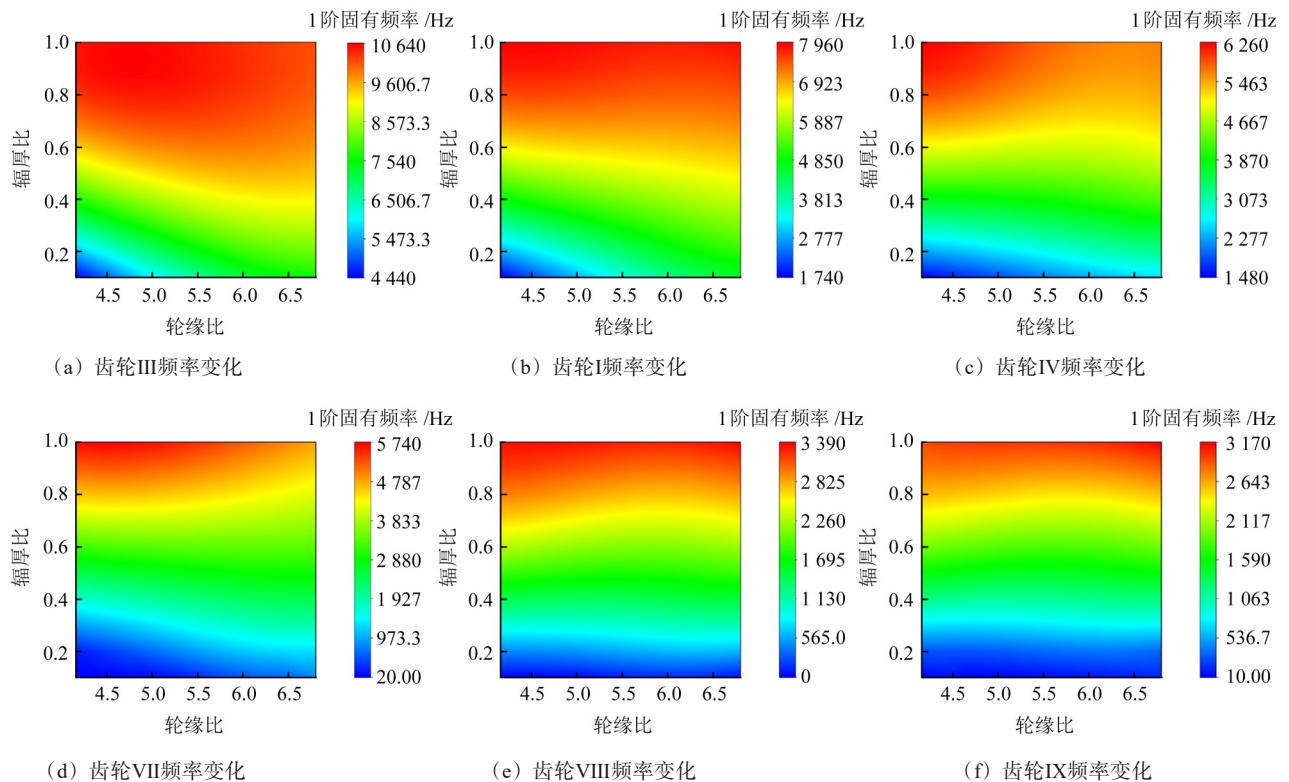


图 8 辐板参数对不同齿数齿轮 1 阶节径固有频率影响热力图

Fig. 8 Heatmap of the influence of web parameters on the 1st nodal diameter natural frequency of gears with different tooth numbers

### 2.3 优化结果

为在齿轮辐板结构优化过程中纳入避振要求, 优化过程中将振频代理模型纳入振动约束(见第 1.3 节), 得到优化迭代过程及 Pareto 前沿分布, 如图 9 所示。由图 9(a)可知, 在迭代次数 150 次时, 优化已趋于稳定, 最低质量从 4.7 kg 收敛到 4.575 kg 左右, 后续选择优化方案可根据 150 次迭代的最终种群中选取。由图 9(b)可知, 迭代次数 0~25 内, 解空间

存在明显空白区域, 该区域为该工况下不满足约束条件的解空间。观察 Pareto 曲线可知, 在质量 4.6~4.7 kg 的区间内, 曲线出现陡降, 质量降幅较小但综合啮合刚度下降显著, 方案选取时不宜选用该区间解; 而综合啮合刚度较高时, 质量下降幅度不明显。故引入 TOPSIS 综合评价法对 100 组优化解开展评价, 得到评分前 5 的解, 如表 6 所示。其中, 质量和刚度的权重设置为 1:1。

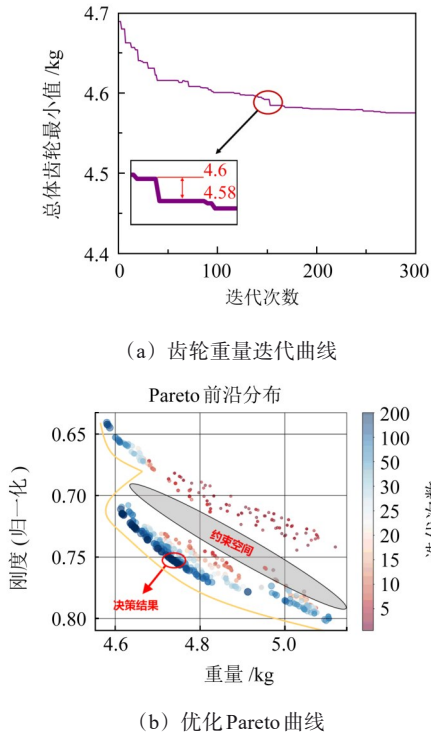


图9 优化迭代过程最小质量收敛曲线与Pareto前沿分布

Fig. 9 Convergence curve of minimum mass and Pareto frontier distribution during optimization iterations

图10(a)、图10(b)分别所示为评分第1的方案和初始方案的辐板参数对比。由图10可知，最终方案相较于初始方案质量减轻了14.4%。除齿轮III结构无显著变化外，其他齿轮均实现不同程度减重，其中辐厚比最大降低70%，轮缘比最大降低37%。

图11所示为初始方案和优化方案的共振分析。图11中，实线为初始方案前、后行波线；点划线为

优化方案前、后行波线。该传动系统包含3条齿轮传动链，其中齿轮I~IV属于传动链1；齿轮V~VI属于传动链2；齿轮VII~IX属于传动链3。重点分析每条齿轮传动链上1~3阶啮频，图11中未发生共振的啮频线已省略。图11中各齿轮的避振转速均经传动比映射至输入轴坐标系，工况范围设置为连续运转工况和最高转速工况的1.1倍，在此工况下，齿轮I、V、VI、VII、VIII和IX都存在共振风险。

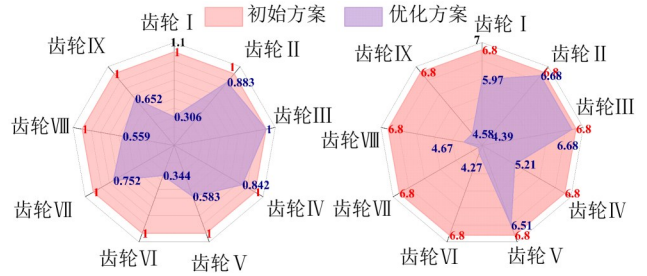


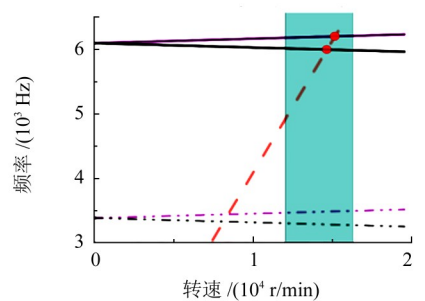
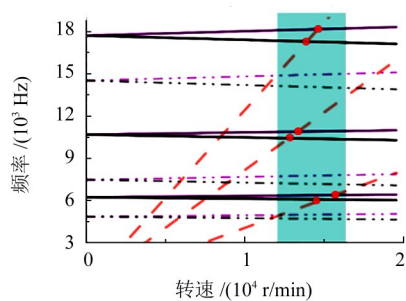
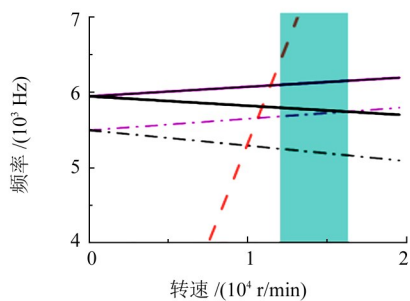
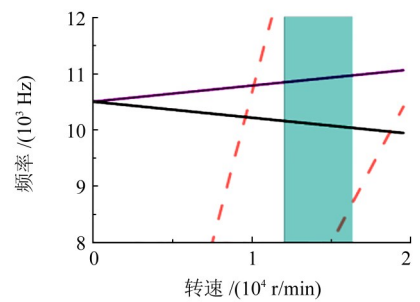
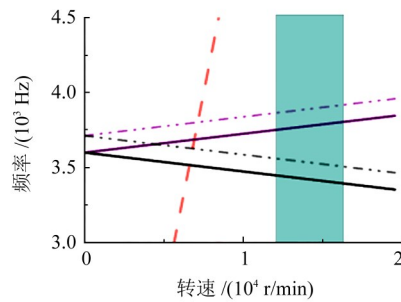
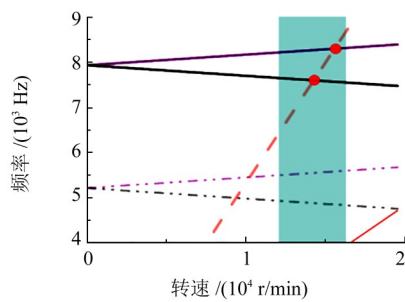
图10 各齿轮初始与优化方案辐板结构参数对比

Fig. 10 Comparison of web structural parameters of each gear between initial and optimized schemes

表6 TOPSIS法综合评分前5位优化方案

Tab. 6 Top 5 optimization schemes ranked by the comprehensive score via TOPSIS method

序号	质量/kg	综合啮合刚度	归一化质量	归一化刚度	评分
1	4.741	0.752	0.73	0.670	0.693 0
2	4.745	0.753	0.71	0.673	0.692 0
3	4.751	0.755	0.69	0.691	0.619 5
4	4.772	0.762	0.65	0.724	0.619 4
5	4.747	0.753	0.70	0.675	0.619 2



(d) 齿轮IV优化后坎贝尔图

(e) 齿轮V优化后坎贝尔图

(f) 齿轮VI优化后坎贝尔图

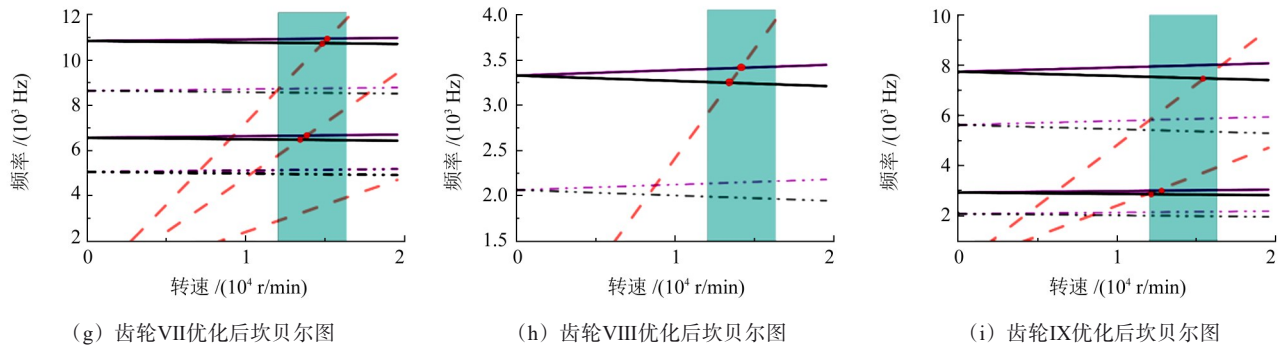


图 11 连续运转与高转速工况下传动系统行波共振避振效果对比

Fig. 11 Comparison of traveling wave resonance avoidance performance of the transmission system under continuous and high-speed operating conditions

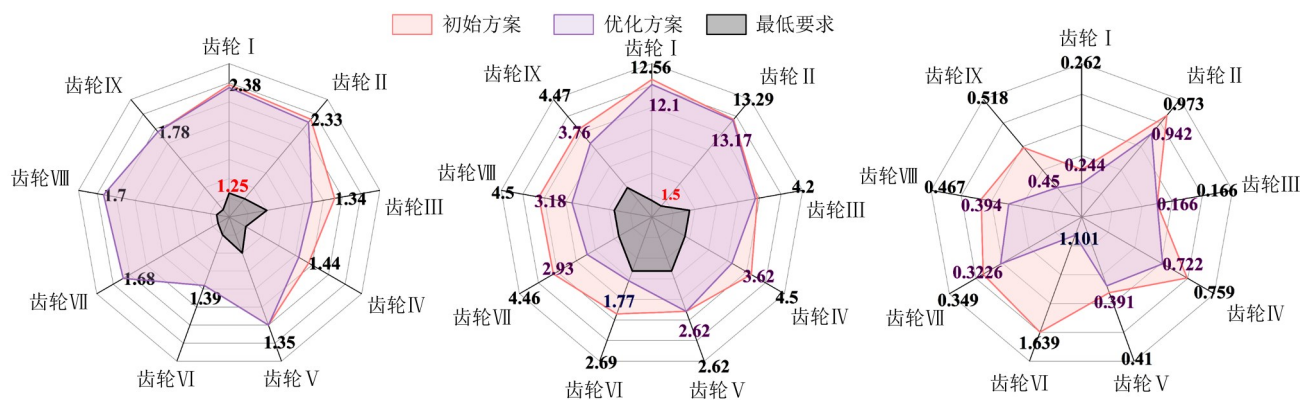
齿轮 I 的 1 节径振频和啮频线落入工作转速区间, 存在 2 个共振点; 齿轮 V 的 1、2、3 节径振频和啮频线均落入工作转速区间, 存在 6 个共振点; 齿轮 VI 的 3 节径振频和啮频线落入工作转速区间, 存在 2 个交点; 齿轮 VII 的 2、3 节径振频和啮频线落入工作转速区间, 存在 4 个交点; 齿轮 VIII 的 2 节径振频和啮频线落入工作转速区间, 存在 2 个交点; 齿轮 IX 的 1、3 节径振频和啮频线落入工作转速区间, 存在 3 个交点。传动链 2 和传动链 3 为该工况下行波共振的主要激励源。优化后, 全部齿轮共振点均未落入工作转速区间。该系统共振齿轮多集中于齿数 40 左右、转速为 5 000 r/min 的工况下发生, 齿数 40 左右齿轮的前 3 阶固有频率几乎都小于 12 000 HZ, 此时齿轮固有频率易落入工作转速区间, 进而诱发行波共振。

图 12 所示为优化前、后的齿轮弯曲安全系数和

接触安全系数。由图 12 可知, 辐板参数变化对齿轮接触性能基本无影响, 轮缘厚度过薄会导致齿轮弯曲疲劳安全系数降低。采用该方法调节齿轮辐板结构, 可实现减重与避振协同优化, 在满足航空发动机传动系统齿轮安全系数要求的前提下, 各齿轮弯曲疲劳安全系数下降 0.12~1.53, 但仍然在满足强度安全的情况下, 实现单个齿轮最高减重 32%, 总体齿轮组减重 14.4%, 且可有效避免齿轮行波共振风险。



(a) 初始和优化的齿轮传动系统结构对比



(b) 初始和优化方案的各齿轮安全系数及重量对比雷达图

图 12 初始与优化方案中各齿轮强度安全系数与重量对比

Fig. 12 Comparison of strength safety factors and mass of each gear in initial and optimized schemes

### 3 结论

针对航空传动系统齿轮轻量化设计过程中易诱发行波共振的问题, 提出基于 Kriging 和 NSGA-III 的减重-避振协同设计方法, 以期在保证齿轮强度及避免行波共振的情况下, 实现齿轮辐板结构的改进设

计。得出如下主要结论:

1) 建立基于 NSGA-III 算法的航空发动机附件机匣齿轮辐板结构代理优化模型, 优化目标为齿轮总体质量最小化与综合啮合刚度最大化, 设计变量为辐厚比、轮缘比等 18 个参数, 约束条件包含振动约束、强度约束和结构约束等 7 个约束条件。

2) 采用Kriging插值法构建代理模型, 通过贝叶斯优化完成超参数调优, 代理模型输入参数为齿数、辐厚比、轮缘比等7个参数, 齿轮前3阶固有频率预测误差分别为8.4%、9.8%和4.2%, 满足工程设计需求。

3) 完成某航空发动机附件机匣齿轮辐板结构代理优化设计, 在规避行波共振、满足强度与刚度设计要求的前提下, 齿轮组减重14.4%, 可为航空齿轮传动结构轻量化设计提供方法参考。

#### 参 考 文 献

- [1] ZIO E, FAN M F, ZENG Z G, et al. Application of reliability technologies in civil aviation: lessons learnt and perspectives[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2019, 32(1): 143-158.
- [2] JIANG Y R, TRAN T H, WILLIAMS L. Machine learning and mixed reality for smart aviation: applications and challenges[J]. Journal of Air Transport Management, 2023, 111: 102437.
- [3] LI Y, WEI P T, ZHAO X H, et al. A novel approach of shot peening process parameters prediction with missing surface integrity data based on imputation method[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2023, 127(1): 81-92.
- [4] 吴吉展, 魏沛堂, 刘怀举, 等. 航空齿轮钢表面完整性与滚动接触疲劳性能关联规律研究[J]. 机械工程学报, 2024, 60(4): 284-295.
- WU Jizhan, WEI Peitang, LIU Huaiju, et al. Study on the correlation between surface integrity and rolling contact fatigue performance of aviation gear steel[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2024, 60(4): 284-295.
- [5] VAHABI H, SHARIAT PANAHI M, SHIRAZINEZHAD R P, et al. A neuro-genetic approach to the optimal design of gear-blank lightening holes[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2016, 38(1): 277-286.
- [6] XU G J, DAI N, TIAN S K. Principal stress lines based design method of lightweight and low vibration amplitude gear web[J]. Mathematical Biosciences and Engineering, 2021, 18(6): 7060-7075.
- [7] LI S T. Experimental investigation and FEM analysis of resonance frequency behavior of three-dimensional, thin-walled spur gears with a power-circulating test rig[J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(8): 934-963.
- [8] 栾孝驰, 赵宇, 沙云东, 等. 弧齿锥齿轮参数调节状态下行波共振特性及其影响规律研究[J]. 中国机械工程, 2021, 32(24): 2899-2908, 2914.
- LUAN Xiaochi, ZHAO Yu, SHA Yundong, et al. Research on traveling wave resonance characteristics of spiral bevel gears and its influence laws under parameter adjustment[J]. China Mechanical Engineering, 2021, 32(24): 2899-2908, 2914.
- [9] 吴斌, 葛文杰. 具有不同腹板孔的弧齿锥齿轮模态分析[J]. 机械制造, 2011, 49(6): 49-52.
- WU Bin, GE Wenjie. Modal analysis of spiral bevel gears with different web holes[J]. Machinery, 2011, 49(6): 49-52.
- [10] LIU Z M, HUANGFU Y F, MA H, et al. Traveling wave resonance analysis of flexible spur gear system with angular misalignment[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2022, 232: 107617.
- [11] 姜贵林, 张茂强, 王海旭, 等. 基于振动应力分析的齿轮结构优化方法研究[J]. 机械传动, 2021, 45(12): 124-129.
- JIANG Guilin, ZHANG Maoqiang, WANG Haixu, et al. Research of gear structure optimization method based on vibration stress analysis[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2021, 45(12): 124-129.
- [12] 杨荣, 常春江, 魏文山, 等. 某型发动机附件机匣中心传动从动锥齿轮断裂故障分析[J]. 航空发动机, 1999, 25(4): 31-38.
- YANG Rong, CHANG Chunjiang, WEI Wenshan, et al. Fault analysis of driven bevel gear fracture in the center drive of an engine accessory case[J]. Aeroengine, 1999, 25(4): 31-38.
- [13] 赵宁, 蔺彦虎. 航空锥齿轮结构调频的一种新方法[J]. 机械科学与技术, 2013, 32(5): 647-651.
- ZHAO Ning, LIN Yanhu. A new method to modulate the structural frequency of the aeronautic thin-spoke bevel gear[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2013, 32(5): 647-651.
- [14] 郭梅, 陈聪慧, 王建军, 等. 发动机附件机匣结构系统振动特性[J]. 航空动力学报, 2013, 28(7): 1607-1612.
- GUO Mei, CHEN Conghui, WANG Jianjun, et al. Vibration characteristics of accessory gearbox structure system of engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(7): 1607-1612.
- [15] 郭梅, 邢彬, 史妍妍. 航空发动机附件机匣结构设计及齿轮强度分析[J]. 航空发动机, 2012, 38(3): 9-11.
- GUO Mei, XING Bin, SHI Yanyan. Structural design and strength analysis of accessory gearbox system for aeroengine[J]. Aeroengine, 2012, 38(3): 9-11.
- [16] 熊俊涛, 乔志德, 韩忠华. 基于响应面法的跨声速机翼气动优化设计[J]. 航空学报, 2006, 27(3): 399-402.
- XIONG Juntao, QIAO Zhide, HAN Zhonghua. Optimum aerodynamic design of transonic wing based on response surface methodology[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006, 27(3): 399-402.
- [17] 穆雪峰, 姚卫星, 余雄庆, 等. 多学科设计优化中常用代理模型的研究[J]. 计算力学学报, 2005, 22(5): 608-612.
- MU Xuefeng, YAO Weixing, YU Xiongqing, et al. A survey of surrogate models used in MDO[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2005, 22(5): 608-612.
- [18] 谢冰川, 张岳, 徐振耀, 等. 基于代理模型的电机多学科优化关键技术综述[J]. 电工技术学报, 2022, 37(20): 5117-5143.
- XIE Bingchuan, ZHANG Yue, XU Zhenyao, et al. Review on multidisciplinary optimization key technology of electrical machine

- based on surrogate models[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2022, 37(20): 5117-5143.
- [19] ISO 6336-1: Calculation of load capacity of spur and helical gears. basic principles, introduction and general influence factors[S]. Geneva, International Organization for Standardization, 2019: 19-92.
- [20] ISO 6336-2: Calculation of load capacity of spur and helical gears. calculation of surface durability (pitting)[S]. Geneva, International Organization for Standardization, 2019: 1-37.
- [21] ISO 6336-3: Calculation of load capacity of spur and helical gears. calculation of tooth bending strength[S]. Geneva, International Organization for Standardization, 2019: 1-55.
- [22] 刘振侠, 江平, 等. 航空发动机机械系统设计[M]. 北京: 科学出版社, 2022: 3-60.  
LIU Zhenxia, JIANG Ping, et al. Design of aero-engine mechanical systems[M]. Beijing: Science Press, 2022: 3-60.
- [23] 平培力. 高速弧齿锥齿轮行波共振研究及阻尼环减振优化[D]. 重庆: 重庆大学, 2020: 7-14.  
PING Peili. Research on traveling wave resonance of high speed spiral bevel gear and optimization of damping ring[D]. Chongqing: Chongqing University, 2020: 7-14.
- [24] 韩忠华. Kriging 模型及代理优化算法研究进展[J]. 航空学报, 2016, 37(11): 3197-3225.  
HAN Zhonghua. Kriging surrogate model and its application to design optimization: a review of recent progress[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(11): 3197-3225.
- [25] SHAHRIARI B, SWERSKY K, WANG Z Y, et al. Taking the human out of the loop: a review of Bayesian optimization[J]. Proceedings of the IEEE, 2016, 104(1): 148-175.
- [26] 陈凯, 朱钰. 机器学习及其相关算法综述[J]. 统计与信息论坛, 2007, 22(5): 105-112.  
CHEN Kai, ZHU Yu. A summary of machine learning and related algorithms [J]. Statistics & Information Forum, 2007, 22 (5) : 105-112.
- [27] HANCOCK J T, KHOSHGOFTAAR T M. CatBoost for big data: an interdisciplinary review [J]. Journal of Big Data, 2020, 7(1): 94.

## Research on vibration avoidance design method of the aero-engine gear transmission system based on web structure optimization

ZHANG Yangming<sup>1</sup> LI Bo<sup>2</sup> LIU Huaiju<sup>1</sup> WANG Qiao<sup>2</sup> LI Yang<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Mechanical Transmission for Advanced Equipment, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

(2. AEEC Sichuan Gas Turbine Research Establishment, Chengdu 610500, China)

**Abstract:** [Objective] Aiming at the problem that the gear transmission system of aero-engines is prone to traveling wave resonance under complex operating conditions, which further restricts high-reliability lightweight design, a vibration avoidance optimization study was carried out on the gear web structure. [Methods] Firstly, a surrogate model for gear modal frequencies was constructed based on the Kriging interpolation method and Bayesian hyperparameter optimization, which was used to replace high-cost numerical analysis and efficiently predict the influence of structural parameters on natural frequencies. Secondly, taking the web thickness ratio and rim ratio as design variables, a mathematical optimization model was established with the objectives of minimizing system mass and maximizing comprehensive mesh stiffness. Then, the surrogate model was embedded into the Non-dominated Sorting Genetic Algorithm III (NSGA-III) framework, and multiple constraints including resonance speed margin were imposed to conduct multi-objective iterative optimization. Finally, the Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS) was adopted to comprehensively evaluate the Pareto front solutions and select the optimal structural scheme. [Results] The results show that the coefficients of determination ( $R^2$ ) of the established surrogate model for the first three nodal diameter natural frequencies of gears reach 96.7%, 94.7%, and 98.8%, respectively, indicating that the prediction accuracy satisfies engineering design requirements. After optimization, the resonance points of six gears with traveling wave resonance risks under continuous and high-speed operating conditions are all effectively avoided. Compared with the initial design scheme, the total mass of the gear set is reduced by 14.4%, while the contact and bending fatigue safety factors of each gear still meet the strength standards of being greater than 1.25 and 1.5, respectively.

**Key words:** Aero-engine; Accessory gearbox; Surrogate model; Traveling wave resonance; Lightweight design