

同轴磁齿轮的传动特性及其多目标优化方法研究

陆鹏程 程习康 周孟德 丛雪峰 陈乘风 刘巍

(大连理工大学 机械工程学院, 大连 116024)

摘要:【目的】针对同轴磁齿轮(Coaxial Magnetic Gear, CMG)设计中存在结构复杂、建模精度不足及传动性能不佳的问题,提出一种基于传动特性的建模及多目标优化方法,旨在为CMG的研制、优化提供思路。【方法】首先,利用子区域法对CMG的磁场进行计算,对比二维仿真验证气隙磁场的解析解;其次,采用理论计算、有限元仿真及试验法研究其转矩-角度特性,根据三维仿真分析端部漏磁效应,并在多工况下得到转速-效率关系曲线;最后,采用非支配排序遗传算法II(Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II, NSGA-II)对CMG进行优化,得到传动性能更优的结构参数。【结果】结果表明,理论计算转矩值与二维仿真转矩值一致性极高;试验转矩值与三维仿真转矩值更为吻合,且两者相比理论计算转矩值和二维仿真转矩值明显减小,该差异源于永磁体的端部效应;在最终参数下,CMG性能明显提升,达到了优化效果。

关键词: 同轴磁齿轮; 子区域法; 电磁转矩; 传动特性; 有限元仿真; 多目标优化

中图分类号: TH132.41 **DOI:** 10.16578/j.issn.1004.2539.XXXX.XX.001

0 引言

百万千瓦级风电机组、大型船舶、水下无人潜航器等重大装备是未来国家工业的重点发展领域。这类装备的传动系统正迎来快速发展的历史机遇,对新型隔振传动技术的需求更加迫切。作为传动系统的核心枢纽,减速装置的传动性能、可靠性及隔振效果对旋转运动机构的整体运行效能起着决定性作用。

然而,上述装备的工作环境恶劣;传统减速装置因机械齿轮存在接触摩擦与啮合冲击^[1],易引发疲劳、磨损失效甚至断齿等机械损伤;其接触式隔振模式在极端载荷、强振动、高转速的工况下效果有限,难以满足高端装备对高传动性能、高可靠性与低振动噪声的严苛要求。这些已成为提升装备性能的关键瓶颈。

磁齿轮传动技术通过磁场耦合实现动力传递,内、外转子之间无物理接触,为突破上述瓶颈提供了新途径。其具有以下显著优势^[2-3]。①非接触式传动。消除了齿面摩擦问题,显著延长传动系统寿命。

②免维护运行。无需润滑系统,免除润滑相关维护,尤其适用于深海、高空等恶劣环境。③低振动噪声。有效抑制负载突变时的振动噪声,适用于安静场合。④自带过载保护。输出端突然承受较大负载堵转时,输入端仍能保持旋转,避免机械结构损坏。

磁齿轮技术研究始于20世纪初。1941年,美国的FAUS在专利中提出世界上首款磁齿轮^[4],对机械齿轮进行等效替换,但受限于早期材料性能,未能实现工程化应用。直到2001年,伴随着高性能永磁材料问世,ATALLAH和HOWE^[5]创新性提出同轴磁齿轮(Coaxial Magnetic Gear, CMG)结构,实现所有永磁体同步参与转矩传递,显著提升了转矩密度。RENS等^[6]进一步开发了实现高传动比的磁力谐波齿轮,在保持高转矩密度的同时实现了无波动的转矩传递。在磁齿轮分析模型研究方面,常用的方法有有限元法、解析法和试验法。2021年,何明杰等^[7]采用公式解析法,研究了CMG的极对数配合规律,建立了不同极对数组合与传动性能的定量关系模型。2022

收稿日期: 2025-11-08

基金项目: 国家资助博士后研究人员计划(GZC20230357); 国家自然科学基金项目(52305095, 52475550, 52125504); 博士后基金项目(2024T170089, 2024M750311); 辽宁省科技计划联合计划(2023011596-JH3/4500, 2023JH2/101800026); 大连市科技人才创新支持计划(2023RQ099)

作者简介: 陆鹏程,男,2000年生,广西南宁人,硕士; 主要研究方向为磁齿轮传动及永磁联轴器结构设计; 19954139146@163.com。

周孟德(通信作者),男,1987年生,辽宁大连人,博士,副研究员; 主要研究方向为磁力减隔振传动与振动抑制技术; mengde@dlut.edu.cn。

引用格式: 陆鹏程,程习康,周孟德,等.同轴磁齿轮的传动特性及其多目标优化方法研究[J].机械传动,XXXX,XX(X): 1-14.

LU Pengcheng, CHENG Xikang, ZHOU Mengde, et al. Research on transmission characteristics and multi-objective optimization method of coaxial magnetic gears[J]. Journal of Mechanical Transmission, XXXX, XX(X): 1-14.



免费获取

年, DAI等^[8]通过有限元仿真与试验法相结合的方式, 研究了两种新型调磁铁极片对齿槽转矩的抑制效果。

与已有研究不同, 本文首先使用子区域法构建CMG的转矩计算模型, 进行气隙磁场分析; 进而考虑端部漏磁效应, 开展二、三维有限元仿真; 并搭建试验平台、对比不同研究模型, 检验理论分析的合理性; 最后, 以理论计算模型为适应度函数, 使用非支配排序遗传算法II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm, NSGA-II) 进行多目标优化, 在保证多样性的同时, 得到一组最优的结构参数。本研究不仅系统性地对CMG进行建模分析, 并且探索了一套有效的多目标优化方法, 可为磁力调速传动部件优化设计提供方法指导。

1 同轴磁齿轮理论分析模型

1.1 同轴磁齿轮基本工作原理与结构介绍

CMG的基本结构如图1所示。其从内到外主要包括内背铁、内永磁体、内气隙、调磁环、外气隙、外永磁体和外背铁7个部分^[9-10]。调磁环由若干个扇环形调磁铁极块和磁阻块交替组成, 调磁铁极块由高磁导率材料制成, 磁阻块则采用低磁导率材料。该结构的极对数配置遵循以下关系:

$$P_i + P_o = P_m \quad (1)$$

式中, P_i 为内永磁体极对数; P_m 为调磁环极对数; P_o 为外永磁体极对数。

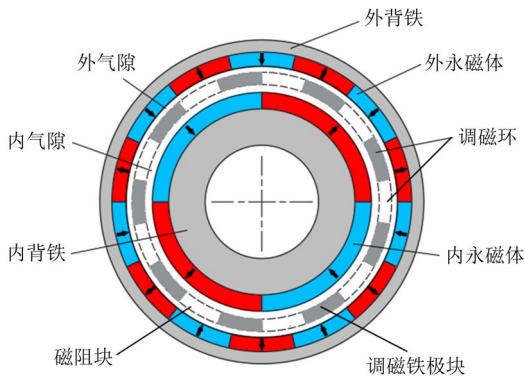


图1 CMG的基本结构($P_i=2, P_o=7, G=3.5$)

Fig. 1 Basic structure of the CMG

当内外转子转动、调磁环保持静止时, CMG的传动比 $G^{[11]}$ 为

$$G = \frac{P_o}{P_i} \quad (2)$$

CMG正常工作时, 内背铁、内永磁体组成高速内转子, 连接动力输入端; 外背铁与外永磁体组成低速外转子, 连接负载输出端。基于磁场调制原理, 内永磁体产生的磁场与外永磁体产生的磁场经过调磁环进行空间谐波调制后相互耦合, 实现动力传动。

1.2 参数化模型与基本假设

由于CMG结构具有轴对称性, 不同材料在径向上分层排列, 故按照不同的材料边界将CMG结构分为7个子区域: 区域I(内永磁体)、区域II(内气隙)、区域III(调磁环)、区域IV(外气隙)、区域V(外永磁体)、区域VI(外背铁)、区域VII(内背铁), 分别对应7个圆环。图2所示为CMG结构的子区域划分及参数化模型。其中, r, θ 分别为极坐标系下的极径和极角。

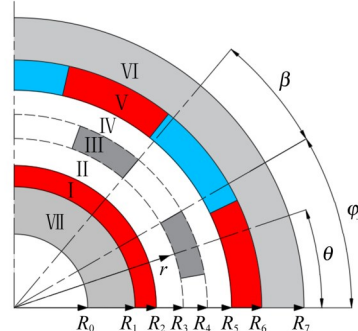


图2 子区域划分及参数化模型

Fig. 2 Subregion division and parameterized modeling

在图2中, 以圆心为基准, 内背铁的内、外半径分别为 R_0, R_1 ; 内永磁体外半径为 R_2 ; 调磁环内、外半径分别为 R_3, R_4 ; 外永磁体内、外半径分别为 R_5, R_6 ; 外背铁外半径为 R_7 。若磁阻块对应的圆心角为 β , 调磁环的初始偏转角为 φ_0 , 则第 j 个磁阻块的起始角度 $\varphi_j^{[12]}$ 可以表示为

$$\varphi_j = -\frac{\beta}{2} + \frac{2j\pi}{P_m} + \varphi_0, 1 \leq j \leq P_m \quad (3)$$

为简化计算, 假设内、外背铁及调磁铁极块的相对磁导率趋于无穷大。为验证该假设的合理性, 采用二维仿真模型对导磁材料进行灵敏度分析, 结果如图3所示。在导磁材料相对磁导率从1增加至100的过程中, CMG的输出转矩先急剧上升, 后增加速度逐渐减缓, 最终在 $30 \text{ N}\cdot\text{m}$ 附近趋于饱和。考虑到CMG样机所用的45钢及电工硅钢片相对磁导率数量级为 10^3 , 远高于空气的相对磁导率, 故认为在简化计算中该假设具有合理性。

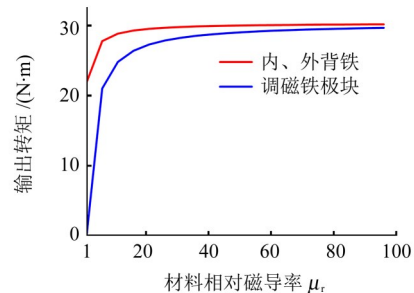


图3 材料在不同相对磁导率下的最大输出转矩

Fig. 3 Maximum output torque of materials under different relative permeabilities

此外, 忽略轴向端部影响, 将模型在二维坐标系内进行计算。而在3D仿真模型及实际样机中, 由于永磁体的磁力线在端部沿轴向“扩散”, 会产生磁通泄漏现象。因此, 该假设将导致理论计算的磁感应强度及输出转矩偏大。具体偏差将在后文通过三维仿真与试验进行定量分析。

2 建立解析模型

由于CMG为对称的圆环结构, 采用极坐标进行计算可显著减小微分方程的复杂度。在每个子区域列出拉普拉斯方程或泊松方程等偏微分方程, 结合相应的边界条件, 利用分离变量法求解该偏微分方程, 可得到区域II、IV中磁矢势的表达式; 再根据磁矢势与磁感应强度的关系, 可得到区域II、IV的磁感应强度表达式。由于求解磁感应强度所需的傅里叶系数在不同区域之间存在线性关系, 故要求解区域I~V中关于傅里叶系数的线性方程组矩阵。更具体的, 在区域I和区域V应用泊松方程:

$$\Delta A = -\mu_0 (\nabla \times M) \quad (4)$$

在区域II、III、IV应用拉普拉斯方程:

$$\Delta A = 0 \quad (5)$$

最后, 根据磁矢势 A 与磁感应强度的关系:

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \quad (6)$$

$$B_\theta = -\frac{\partial A}{\partial r} \quad (7)$$

解出区域II、IV中的气隙磁感应强度。

式(4)~式(7)中, μ_0 为真空磁导率; M 为永磁体的磁化强度; B_r 、 B_θ 分别为气隙的径向和切向磁感应强度。

为简洁地表达分离变量法得到的解, 定义辅助函数:

$$F_n(x, y) = \left(\frac{x}{y}\right)^n + \left(\frac{y}{x}\right)^n \quad (8)$$

$$G_n(x, y) = \left(\frac{x}{y}\right)^n - \left(\frac{y}{x}\right)^n \quad (9)$$

式中, n 为正整数; x 、 y 为自变量。

2.1 求解永磁体区域(区域I、V)

永磁体的磁场是由其内部的磁化强度 M 产生的。对子区域I应用式(4), 得

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial \theta^2} = \frac{\mu_0}{r} \frac{\partial M_r}{\partial \theta} \quad \left(\begin{array}{l} R_1 \leq r \leq R_2 \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{array} \right) \quad (10)$$

式中, M_r 为永磁体的径向磁化强度; A_1 为区域I的磁矢势。

区域I的方程及边界条件如图4所示。

由第一个假设条件, 在半径为 R_1 的圆上, 磁矢

势相对半径的变化保持不变; 在半径为 R_2 的圆上, 由连续性得, 边界两侧磁矢势相等。则式(10)的边界条件为

$$\frac{\partial A_1}{\partial r} \Big|_{r=R_1} = 0 \quad (11)$$

$$A_1(R_2, \theta) = A_{II}(R_2, \theta) \quad (12)$$

式中, A_{II} 为区域II的磁矢势。内永磁体的磁化强度在周向上的分布情况如图5所示^[13]。

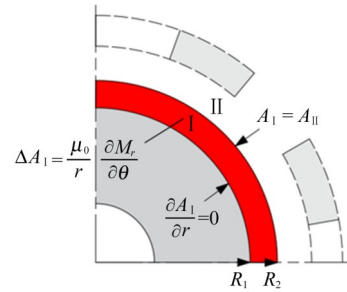


图4 内永磁体(区域I)的方程及边界条件

Fig. 4 Equation and boundary conditions for the inner permanent magnet (region I)

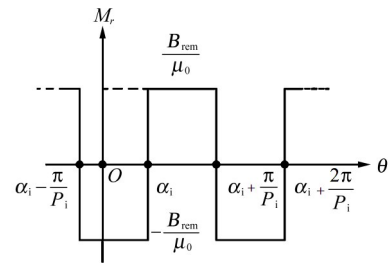


图5 永磁体磁化强度的周向分布

Fig. 5 Distribution of the magnetization intensity of permanent magnets in the circumferential direction

图5中, B_{rem} 为永磁体剩磁; α_i 为内转子转过的角度。磁化强度为正值, 表示磁化方向沿径向向外; 为负值, 表示磁化方向沿径向向内。由于 M_r 为周期性方波函数, 可将其展开为傅里叶级数, 代入式(10)中求解。结合边界条件式(11)、式(12), A_1 的通解表达式^[14]为

$$A_1(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n^I \frac{F_n(r, R_1)}{F_n(R_2, R_1)} + H_n(r) \cos(n\alpha_i) \right] \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[c_n^I \frac{F_n(r, R_1)}{F_n(R_2, R_1)} + H_n(r) \sin(n\alpha_i) \right] \sin(n\theta) \quad (13)$$

其中,

$$H_n(r) = \left[1 + \frac{1}{n} \left(\frac{R_1}{r} \right)^{n+1} \right] \cdot f_n(r) - \frac{F_n(r, R_1)}{F_n(R_2, R_1)} \left[1 + \frac{1}{n} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{n+1} \right] \cdot f_n(R_2) \quad (14)$$

$$f_n(r) = \begin{cases} \frac{4B_{rem}rP_i}{\pi(1-n^2)}, n = kP_i, k = 1, 3, 5, \dots \\ \frac{2B_{rem}}{\pi} r \ln r, n = P_i = 1 \\ 0, \text{其他} \end{cases} \quad (15)$$

a_n^1 、 c_n^1 均为 A_1 的傅里叶系数, 结合边界条件式(12), 应用傅里叶级数展开, 有

$$a_n^1 = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} A_{II}(R_2, \theta) \cos(n\theta) d\theta \quad (16)$$

$$c_n^1 = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} A_{II}(R_2, \theta) \sin(n\theta) d\theta \quad (17)$$

同理, 对子区域V应用式(4), 得

$$\frac{\partial^2 A_V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_V}{\partial \theta^2} = \frac{\mu_0}{r} \frac{\partial M_r}{\partial \theta} \quad \left(\begin{cases} R_5 \leq r \leq R_6 \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \right) \quad (18)$$

式中, A_V 为区域V的磁矢势。

区域V中的方程和边界条件如图6所示。

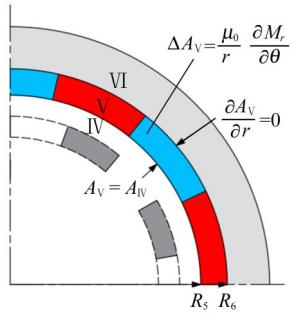


图6 外永磁体(区域V)的方程及边界条件

Fig. 6 Equation and boundary conditions for the outer permanent magnet (region V)

区域V的边界条件表达式为

$$\frac{\partial A_V}{\partial r} \Big|_{r=R_6} = 0 \quad (19)$$

$$A_V(R_5, \theta) = A_{IV}(R_5, \theta) \quad (20)$$

式中, A_{IV} 为区域IV的磁矢势。区域V中磁矢势的通解为

$$A_V(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n^V \frac{F_n(r, R_6)}{F_n(R_5, R_6)} + L_n(r) \cos(n\alpha_0) \right] \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[c_n^V \frac{F_n(r, R_6)}{F_n(R_5, R_6)} + L_n(r) \sin(n\alpha_0) \right] \sin(n\theta) \quad (21)$$

式中, α_0 为外转子转过的相位角。

$$L_n(r) = \left[1 + \frac{1}{n} \left(\frac{R_6}{r} \right)^{n+1} \right] g_n(r) - \frac{F_n(r, R_6)}{F_n(R_5, R_6)} \left[1 + \frac{1}{n} \left(\frac{R_6}{R_5} \right)^{n+1} \right] g_n(R_5) \quad (22)$$

$$g_n(r) = \begin{cases} \frac{4B_{rem}rP_o}{\pi(1-n^2)}, n = kP_o, k = 1, 3, 5, \dots \\ \frac{2B_{rem}}{\pi} r \ln r, n = P_o = 1 \\ 0, \text{其他} \end{cases} \quad (23)$$

a_n^V 、 c_n^V 均为 A_V 的傅里叶系数, 结合边界条件式(20), 应用傅里叶级数展开, 有

$$a_n^V = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} A_{IV}(R_5, \theta) \cos(n\theta) d\theta \quad (24)$$

$$c_n^V = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} A_{IV}(R_5, \theta) \sin(n\theta) d\theta \quad (25)$$

2.2 求解调磁环区域(区域III)

调磁环(区域III)是CMG的核心磁场调制部件, 主要由调磁铁极块和磁阻块在半径为 R_3 到 R_4 的圆环中周期性分布构成。假定磁阻块中的非导磁材料为空气, 对每个磁阻块应用式(5), 得

$$\frac{\partial^2 A_j}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_j}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_j}{\partial \theta^2} = 0 \quad \left(\begin{cases} R_3 \leq r \leq R_4 \\ \varphi_j \leq \theta \leq \varphi_j + \beta \\ 1 \leq j \leq P_m, \text{且} j \text{为整数} \end{cases} \right) \quad (26)$$

式中, A_j 为第 j 个磁阻块的磁矢势。

区域III的方程及边界条件如图7所示。

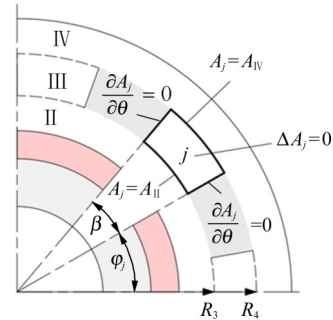


图7 调磁环(区域III)的方程及边界条件

Fig. 7 Equation and boundary conditions for the magnetic regulation ring (region III)

图7中, 区域III第 j 个磁阻块两侧的磁矢势沿着边界无切向分量, 等势线与两侧边界垂直, 则边界条件为

$$\frac{\partial A_j}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\varphi_j} = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial A_j}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\varphi_j+\beta} = 0 \quad (28)$$

磁阻块内半径、外半径的边界与内气隙(区域II)、外气隙(区域IV)的磁矢势具有连续性, 即

$$A_j(R_3, \theta) = A_{II}(R_3, \theta) \quad (29)$$

$$A_j(R_4, \theta) = A_{IV}(R_4, \theta) \quad (30)$$

使用分离变量法解式(26), 有

$$A_j(r, \theta) = a_0^j + b_0^j \ln r + \sum_{m=1}^{\infty} \left(a_m^j r^{-\frac{m\pi}{\beta}} + b_m^j r^{\frac{m\pi}{\beta}} \right) \cdot \cos \left[\frac{m\pi}{\beta} (\theta - \varphi_j) \right] \quad (31)$$

式中, a_0^j 、 b_0^j 、 a_m^j 、 b_m^j 均为 A_j 傅里叶展开的常数; m 为正整数。结合边界条件式(29)、式(30), 区域 III 中第 j 个磁阻块的磁矢势通解为

$$A_j(r, \theta) = a_0^j + b_0^j \ln r + \sum_{m=1}^{\infty} \left[a_m^j \frac{G_{m\pi/\beta}(r, R_4)}{G_{m\pi/\beta}(R_3, R_4)} - b_m^j \frac{G_{m\pi/\beta}(r, R_3)}{G_{m\pi/\beta}(R_3, R_4)} \right] \cos \left[\frac{m\pi}{\beta} (\theta - \varphi_j) \right] \quad (32)$$

其中, a_0^j 、 b_0^j 、 a_m^j 、 b_m^j 可由第 j 个磁阻块在边界处的傅里叶级数展开得到, 有

$$a_0^j + b_0^j \ln R_3 = \frac{1}{\beta} \int_{\varphi_j}^{\varphi_j + \beta} A_{II}(R_3, \theta) d\theta \quad (33)$$

$$a_0^j + b_0^j \ln R_4 = \frac{1}{\beta} \int_{\varphi_j}^{\varphi_j + \beta} A_{IV}(R_4, \theta) d\theta \quad (34)$$

$$a_m^j = \frac{2}{\beta} \int_{\varphi_j}^{\varphi_j + \beta} A_{II}(R_3, \theta) \cos \left[\frac{m\pi}{\beta} (\theta - \varphi_j) \right] d\theta \quad (35)$$

$$b_m^j = \frac{2}{\beta} \int_{\varphi_j}^{\varphi_j + \beta} A_{IV}(R_4, \theta) \cos \left[\frac{m\pi}{\beta} (\theta - \varphi_j) \right] d\theta \quad (36)$$

2.3 求解内、外气隙区域(区域 II、IV)

对内气隙(区域 II)应用式(5), 得

$$\frac{\partial^2 A_{II}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{II}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{II}}{\partial \theta^2} = 0 \quad \left(\begin{array}{l} R_2 \leq r \leq R_3 \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{array} \right) \quad (37)$$

区域 II 的方程及边界条件如图 8 所示。

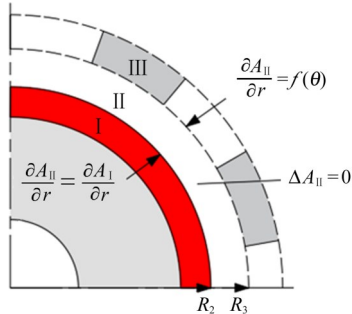


图 8 内气隙(区域 II)的方程及边界条件

Fig. 8 Equation and boundary conditions for the inner air gap (region II)

当 $r = R_2$ 时, 由磁矢势在径向变化率相等得到的边界条件为

$$\frac{\partial A_{II}}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = \frac{\partial A_I}{\partial r} \Big|_{r=R_2} \quad (38)$$

当 $r = R_3$ 时, 由于调磁环的导磁材料与非导磁材料为周期性分布, 区域 II 与磁阻块邻接处的磁矢势沿极径的变化率相等; 而区域 II 与调磁铁极块邻接时, 由于调磁铁极块磁导率非常大, 磁矢势沿极径方向的变化率为 0。故边界条件表达式为

$$\frac{\partial A_{II}}{\partial r} \Big|_{r=R_3} = f(\theta) \quad (39)$$

其中,

$$f(\theta) = \begin{cases} \frac{\partial A_j}{\partial r} \Big|_{r=R_3}, \theta \in [\varphi_j, \varphi_j + \beta] \\ 0, \text{其他} \end{cases} \quad (40)$$

考虑边界条件式(38)、式(39), 内气隙(区域 II)的磁矢势通解为

$$A_{II}(r, \theta) = a_0^{II} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n^{II} \frac{R_2}{n} \frac{F_n(r, R_3)}{G_n(R_2, R_3)} + b_n^{II} \frac{R_3}{n} \frac{F_n(r, R_2)}{G_n(R_3, R_2)} \right] \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[c_n^{II} \frac{R_2}{n} \frac{F_n(r, R_3)}{G_n(R_2, R_3)} + d_n^{II} \frac{R_3}{n} \frac{F_n(r, R_2)}{G_n(R_3, R_2)} \right] \sin(n\theta) \quad (41)$$

式中, a_n^{II} 、 b_n^{II} 、 c_n^{II} 、 d_n^{II} 均为 A_{II} 的傅里叶系数, 可由边界条件式(38)、式(39)在圆周上的积分进行傅里叶级数展开得到, 有

$$a_n^{II} = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial A_I}{\partial r} \Big|_{r=R_2} \cdot \cos(n\theta) d\theta \quad (42)$$

$$b_n^{II} = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot \cos(n\theta) d\theta \quad (43)$$

$$c_n^{II} = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial A_I}{\partial r} \Big|_{r=R_2} \cdot \sin(n\theta) d\theta \quad (44)$$

$$d_n^{II} = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot \sin(n\theta) d\theta \quad (45)$$

由式(40)、式(43)、式(45)得

$$b_n^{II} = \frac{2}{2\pi} \sum_{j=1}^{P_n} \int_{\varphi_j}^{\varphi_j + \beta} \frac{\partial A_j}{\partial r} \Big|_{r=R_3} \cos(n\theta) d\theta \quad (46)$$

$$d_n^{II} = \frac{2}{2\pi} \sum_{j=1}^{P_n} \int_{\varphi_j}^{\varphi_j + \beta} \frac{\partial A_j}{\partial r} \Big|_{r=R_3} \sin(n\theta) d\theta \quad (47)$$

对于式(37)和边界条件式(38)、式(39)组成的 Neumann 问题, 只有满足条件

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial A_I}{\partial r} \Big|_{r=R_2} d\theta = \int_0^{2\pi} f(\theta) d\theta \quad (48)$$

时, 式(37)有唯一解。

对外气隙(区域 IV)应用式(5), 得

$$\frac{\partial^2 A_{IV}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{IV}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{IV}}{\partial \theta^2} = 0 \quad \left(\begin{array}{l} R_4 \leq r \leq R_5 \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{array} \right) \quad (49)$$

区域 IV 的方程及边界条件如图 9 所示。

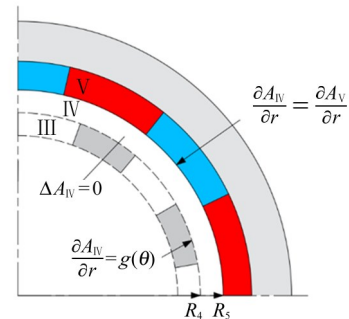


图 9 外气隙(区域 IV)的边界条件

Fig. 9 Equation and boundary conditions for the outer air gap (region IV)

当 $r = R_5$ 时, 由磁矢势在极径方向变化率相等得到的边界条件为

$$\frac{\partial A_{IV}}{\partial r} \Big|_{r=R_5} = \frac{\partial A_V}{\partial r} \Big|_{r=R_5} \quad (50)$$

当 $r = R_4$ 时,

$$\frac{\partial A_{IV}}{\partial r} \Big|_{r=R_4} = g(\theta) \quad (51)$$

其中,

$$g(\theta) = \begin{cases} \frac{\partial A_j}{\partial r} \Big|_{r=R_4}, \theta \in [\varphi_j, \varphi_j + \beta] \\ 0, \text{其他} \end{cases} \quad (52)$$

考虑边界条件式(50)、式(51), 外气隙(区域IV)的磁矢势通解为

$$\begin{aligned} A_{IV}(r, \theta) = & a_0^IV + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n^IV \frac{R_4}{n} \frac{F_n(r, R_5)}{G_n(R_4, R_5)} + \right. \\ & \left. b_n^IV \frac{R_5}{n} \frac{F_n(r, R_4)}{G_n(R_5, R_4)} \right] \cos(n\theta) + \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \left[c_n^IV \frac{R_4}{n} \frac{F_n(r, R_5)}{G_n(R_4, R_5)} + \right. \\ & \left. d_n^IV \frac{R_5}{n} \frac{F_n(r, R_4)}{G_n(R_5, R_4)} \right] \sin(n\theta) \end{aligned} \quad (53)$$

式中, a_n^IV 、 b_n^IV 、 c_n^IV 、 d_n^IV 均为区域IV磁矢势 A_{IV} 的傅里叶系数, 可由边界条件式(50)、式(51)在圆周上的积分进行傅里叶级数展开得到, 有

$$a_n^IV = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} g(\theta) \cos(n\theta) d\theta \quad (54)$$

$$b_n^IV = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial A_V}{\partial r} \Big|_{r=R_5} \cos(n\theta) d\theta \quad (55)$$

$$c_n^IV = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} g(\theta) \sin(n\theta) d\theta \quad (56)$$

$$d_n^IV = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial A_V}{\partial r} \Big|_{r=R_5} \sin(n\theta) d\theta \quad (57)$$

由式(52)、式(54)、式(56)得

$$a_n^IV = \frac{2}{2\pi} \sum_{j=1}^{p_m} \int_{\varphi_j}^{\varphi_j + \beta} \frac{\partial A_j}{\partial r} \Big|_{r=R_4} \cos(n\theta) d\theta \quad (58)$$

$$c_n^IV = \frac{2}{2\pi} \sum_{j=1}^{p_m} \int_{\varphi_j}^{\varphi_j + \beta} \frac{\partial A_j}{\partial r} \Big|_{r=R_4} \sin(n\theta) d\theta \quad (59)$$

根据式(53), 结合式(6)、式(7), 区域IV的径向、切向磁感应强度 $B_{Nr}(r, \theta)$ 、 $B_{N\theta}(r, \theta)$ 的表达式分别为

$$\begin{aligned} B_{Nr}(r, \theta) = & \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n^IV \frac{R_4}{r} \frac{F_n(r, R_5)}{G_n(R_4, R_5)} + \right. \\ & \left. b_n^IV \frac{R_5}{r} \frac{F_n(r, R_4)}{G_n(R_5, R_4)} \right] \sin(n\theta) + \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \left[c_n^IV \frac{R_4}{r} \frac{F_n(r, R_5)}{G_n(R_4, R_5)} + \right. \\ & \left. d_n^IV \frac{R_5}{r} \frac{F_n(r, R_4)}{G_n(R_5, R_4)} \right] \cos(n\theta) \end{aligned} \quad (60)$$

$$\begin{aligned} B_{N\theta}(r, \theta) = & \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n^IV \frac{R_4}{r} \frac{G_n(r, R_5)}{G_n(R_4, R_5)} + \right. \\ & \left. b_n^IV \frac{R_5}{r} \frac{G_n(r, R_4)}{G_n(R_5, R_4)} \right] \cos(n\theta) + \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \left[c_n^IV \frac{R_4}{r} \frac{G_n(r, R_5)}{G_n(R_4, R_5)} + \right. \\ & \left. d_n^IV \frac{R_5}{r} \frac{G_n(r, R_4)}{G_n(R_5, R_4)} \right] \sin(n\theta) \end{aligned} \quad (61)$$

2.4 求解傅里叶系数矩阵

由式(16)、式(17)、式(41)得

$$a_n^I = a_n^II \frac{R_2}{n} \frac{F_n(R_2, R_3)}{G_n(R_2, R_3)} + b_n^II \frac{R_3}{n} \frac{2}{G_n(R_3, R_2)} \quad (62)$$

$$c_n^I = c_n^II \frac{R_2}{n} \frac{F_n(R_2, R_3)}{G_n(R_2, R_3)} + d_n^II \frac{R_3}{n} \frac{2}{G_n(R_3, R_2)} \quad (63)$$

由式(24)、式(25)、式(53)得

$$a_n^V = a_n^IV \frac{R_4}{n} \frac{2}{G_n(R_4, R_5)} + b_n^IV \frac{R_5}{n} \frac{F_n(R_5, R_4)}{G_n(R_5, R_4)} \quad (64)$$

$$c_n^V = c_n^IV \frac{R_4}{n} \frac{2}{G_n(R_4, R_5)} + d_n^IV \frac{R_5}{n} \frac{F_n(R_5, R_4)}{G_n(R_5, R_4)} \quad (65)$$

由式(13)、式(42)、式(44)得

$$a_n^II = a_n^I \frac{n}{R_2} \frac{F_n(R_2, R_1)}{G_n(R_2, R_1)} + H_n'(R_2) \cos(n\alpha_i) \quad (66)$$

$$c_n^II = c_n^I \frac{n}{R_2} \frac{F_n(R_2, R_1)}{G_n(R_2, R_1)} + H_n'(R_2) \sin(n\alpha_i) \quad (67)$$

由式(32)、式(46)、式(47)得

$$\begin{aligned} b_n^II = & \sum_{j=1}^{p_m} \frac{b_0^j}{\pi R_3} p(n, j) + \\ & \sum_{j=1}^{p_m} \sum_{m=1}^{\infty} a_m^j \frac{m}{\beta R_3} \frac{F_{m\pi/\beta}(R_3, R_4)}{G_{m\pi/\beta}(R_3, R_4)} v(m, n, j) - \\ & \sum_{j=1}^{p_m} \sum_{m=1}^{\infty} b_m^j \frac{m}{\beta R_3} \frac{2}{G_{m\pi/\beta}(R_3, R_4)} v(m, n, j) \end{aligned} \quad (68)$$

$$\begin{aligned} d_n^II = & \sum_{j=1}^{p_m} \frac{b_0^j}{\pi R_3} q(n, j) + \\ & \sum_{j=1}^{p_m} \sum_{m=1}^{\infty} a_m^j \frac{m}{\beta R_3} \frac{F_{m\pi/\beta}(R_3, R_4)}{G_{m\pi/\beta}(R_3, R_4)} w(m, n, j) - \\ & \sum_{j=1}^{p_m} \sum_{m=1}^{\infty} b_m^j \frac{m}{\beta R_3} \frac{2}{G_{m\pi/\beta}(R_3, R_4)} w(m, n, j) \end{aligned} \quad (69)$$

其中,

$$p(n, j) = \frac{1}{n} [\sin(n\varphi_j + n\beta) - \sin(n\varphi_j)] \quad (70)$$

$$q(n, j) = \frac{1}{n} [-\cos(n\varphi_j + n\beta) + \cos(n\varphi_j)] \quad (71)$$

$$v(m, n, j) = \begin{cases} \frac{-n\beta^2[(-1)^m \sin n(\beta + \varphi_j) - \sin(n\varphi_j)]}{m^2\pi^2 - n^2\beta^2}, & m\pi \neq n\beta \\ \frac{\beta}{2} \left[\cos(n\varphi_j) + \frac{\sin n(\varphi_j + 2\beta) - \sin n\varphi_j}{2m\pi} \right], & m\pi = n\beta \end{cases} \quad (72)$$

$$w(m, n, j) = \begin{cases} \frac{n\beta^2[(-1)^m \cos n(\beta + \varphi_j) - \cos(n\varphi_j)]}{m^2\pi^2 - n^2\beta^2}, & m\pi \neq n\beta \\ \frac{\beta}{2} \left[\sin(n\varphi_j) - \frac{\cos n(\varphi_j + 2\beta) - \cos n\varphi_j}{2m\pi} \right], & m\pi = n\beta \end{cases} \quad (73)$$

由式(21)、式(55)、式(57)得

$$b_n^{\text{IV}} = a_n^{\text{V}} \frac{n}{R_5} \frac{F_n(R_5, R_6)}{G_n(R_5, R_6)} + L'_n(R_5) \cos(n\alpha_o) \quad (74)$$

$$d_n^{\text{IV}} = c_n^{\text{V}} \frac{n}{R_5} \frac{F_n(R_5, R_6)}{G_n(R_5, R_6)} + L'_n(R_5) \cos(n\alpha_o) \quad (75)$$

由式(32)、式(58)、式(59)得

$$a_n^{\text{IV}} = \sum_{i=1}^{P_n} \frac{b_0^i}{\pi R_4} p(n, j) + \sum_{j=1}^{P_n} \sum_{m=1}^{\infty} a_m^j \frac{m}{\beta R_4} \frac{2}{G_{m\pi/\beta}(R_3, R_4)} v(m, n, j) - \sum_{j=1}^{P_n} \sum_{m=1}^{\infty} b_m^j \frac{m}{\beta R_4} \frac{F_{m\pi/\beta}(R_4, R_3)}{G_{m\pi/\beta}(R_3, R_4)} v(m, n, j) \quad (76)$$

$$c_n^{\text{IV}} = \sum_{j=1}^{P_n} \frac{b_0^j}{\pi R_4} q(n, j) + \sum_{j=1}^{P_n} \sum_{m=1}^{\infty} a_m^j \frac{m}{\beta R_4} \frac{2}{G_{m\pi/\beta}(R_3, R_4)} w(m, n, j) - \sum_{j=1}^{P_n} \sum_{m=1}^{\infty} b_m^j \frac{m}{\beta R_4} \frac{F_{m\pi/\beta}(R_4, R_3)}{G_{m\pi/\beta}(R_3, R_4)} w(m, n, j) \quad (77)$$

由式(35)、式(36)、式(41)、式(53)得

$$a_m^j = \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n^{\text{II}} \frac{2R_2}{n\beta} \frac{2}{G_n(R_2, R_3)} + b_n^{\text{II}} \frac{2R_3}{n\beta} \frac{F_n(R_3, R_2)}{G_n(R_3, R_2)} \right] v(m, n, j) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[c_n^{\text{II}} \frac{2R_2}{n\beta} \frac{2}{G_n(R_2, R_3)} + d_n^{\text{II}} \frac{2R_3}{n\beta} \frac{F_n(R_3, R_2)}{G_n(R_3, R_2)} \right] w(m, n, j) \quad (78)$$

$$b_m^j = \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n^{\text{IV}} \frac{2R_4}{n\beta} \frac{F_n(R_4, R_5)}{G_n(R_4, R_5)} + b_n^{\text{IV}} \frac{2R_5}{n\beta} \frac{2}{G_n(R_5, R_4)} \right] v(m, n, j) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[c_n^{\text{IV}} \frac{2R_4}{n\beta} \frac{F_n(R_4, R_5)}{G_n(R_4, R_5)} + d_n^{\text{IV}} \frac{2R_5}{n\beta} \frac{2}{G_n(R_5, R_4)} \right] w(m, n, j) \quad (79)$$

由式(33)、式(34)、式(41)、式(53)得

$$a_0^j + b_0^j \ln R_3 = a_0^{\text{II}} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n^{\text{II}} \frac{R_2}{n\beta} \frac{2}{G_n(R_2, R_3)} + b_n^{\text{II}} \frac{R_3}{n\beta} \frac{F_n(R_3, R_2)}{G_n(R_3, R_2)} \right] p(n, j) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[c_n^{\text{II}} \frac{R_2}{n\beta} \frac{2}{G_n(R_2, R_3)} + d_n^{\text{II}} \frac{R_3}{n\beta} \frac{F_n(R_3, R_2)}{G_n(R_3, R_2)} \right] q(n, j) \quad (80)$$

$$a_0^j + b_0^j \ln R_4 = a_0^{\text{IV}} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n^{\text{IV}} \frac{R_4}{n\beta} \frac{F_n(R_4, R_5)}{G_n(R_4, R_5)} + b_n^{\text{IV}} \frac{R_5}{n\beta} \frac{2}{G_n(R_5, R_4)} \right] p(n, j) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[c_n^{\text{IV}} \frac{R_4}{n\beta} \frac{F_n(R_4, R_5)}{G_n(R_4, R_5)} + d_n^{\text{IV}} \frac{R_5}{n\beta} \frac{2}{G_n(R_5, R_4)} \right] q(n, j) \quad (81)$$

至此, 得到区域IV的径向、切向磁感应强度 $B_{\text{IV},r}(r, \theta)$ 、 $B_{\text{IV},\theta}(r, \theta)$ 的表达式及其求解方法; 由式(78)~式(81), 区域III的傅里叶系数可用区域II、IV的傅里叶系数表示, 得到关于傅里叶系数 a_n^{I} 、 c_n^{I} 、 a_n^{II} 、 b_n^{II} 、 c_n^{II} 、 d_n^{II} 、 a_n^{IV} 、 b_n^{IV} 、 c_n^{IV} 、 d_n^{IV} 、 a_n^{V} 、 c_n^{V} 的一组线性方程。根据式(62)~式(69)、式(74)~式(77)解线性方程矩阵

$$PY = t \quad (82)$$

式中, Y 为所有待解的未知数向量, 大小为 $12N \times 1$; N 为无穷级数的截断项数。

$$Y = [a^{\text{I}}, c^{\text{I}}, a^{\text{II}}, b^{\text{II}}, c^{\text{II}}, d^{\text{II}}, a^{\text{IV}}, b^{\text{IV}}, c^{\text{IV}}, d^{\text{IV}}, a^{\text{V}}, c^{\text{V}}]^{\text{T}} \quad (83)$$

$$\begin{cases} a^{\text{I}} = [a_1^{\text{I}}, a_2^{\text{I}}, \dots, a_{N-1}^{\text{I}}, a_N^{\text{I}}]^{\text{T}} \\ c^{\text{I}} = [c_1^{\text{I}}, c_2^{\text{I}}, \dots, c_{N-1}^{\text{I}}, c_N^{\text{I}}]^{\text{T}} \\ \dots \\ c^{\text{V}} = [c_1^{\text{V}}, c_2^{\text{V}}, \dots, c_{N-1}^{\text{V}}, c_N^{\text{V}}]^{\text{T}} \end{cases} \quad (84)$$

P 为向量 Y 的系数矩阵, 大小为 $12N \times 12N$, 即

$$P = \begin{bmatrix} -I_N & 0 & D_1 & D_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -I_N & 0 & 0 & D_1 & D_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D_3 & 0 & -I_N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_3 & 0 & 0 & -I_N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_N & 0 & 0 & D_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_N & 0 & D_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_5 & D_6 & 0 & 0 & -I_N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_5 & D_6 & 0 & -I_N \end{bmatrix} \quad (85)$$

式中, I_N 为 N 阶单位阵; D_N 为 $N \times N$ 的对角矩阵, 其值为向量 Y 的系数矩阵; t 为线性方程组中的常数向量, 大小为 $12N \times 1$, 有

$$t = [0 \ 0 \ S_1 \ S_2 \ S_3 \ S_4 \ S_5 \ S_6 \ S_7 \ S_8 \ 0 \ 0]^T \quad (86)$$

式中, 矩阵 $S_1 \sim S_8$ 为式(62)~式(69)、式(74)~式(77)中与 n 无关的计算项。

2.5 求解电磁转矩

求解式(82)得到系数 a_n^{IV} 、 b_n^{IV} 、 c_n^{IV} 、 d_n^{IV} 的值, 根据式(60)、式(61)解出外气隙(区域IV)的径向磁感应强度 $B_{\text{IV}r}(r, \theta)$ 和切向磁感应强度 $B_{\text{IV}\theta}(r, \theta)$ 后, 根据麦克斯韦应力张量^[15]求解外转子受到的电磁转矩 T , 有

$$T = \frac{Lr^2}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_{\text{IV}r}(r, \theta) B_{\text{IV}\theta}(r, \theta) d\theta = \frac{\pi Lr^2}{\mu_0} \sum_{n=1}^{\infty} (w_n x_n + y_n z_n) \quad (87)$$

式中, L 为 CMG 的轴向长度。

$$\begin{cases} w_n = -a_n^{\text{IV}} \frac{R_4}{r} \frac{F_n(r, R_5)}{G_n(R_4, R_5)} - b_n^{\text{IV}} \frac{R_5}{r} \frac{F_n(r, R_4)}{G_n(R_5, R_4)} \\ x_n = -c_n^{\text{IV}} \frac{R_4}{r} \frac{G_n(r, R_5)}{G_n(R_4, R_5)} - d_n^{\text{IV}} \frac{R_5}{r} \frac{G_n(r, R_4)}{G_n(R_5, R_4)} \\ y_n = c_n^{\text{IV}} \frac{R_4}{r} \frac{F_n(r, R_5)}{G_n(R_4, R_5)} + d_n^{\text{IV}} \frac{R_5}{r} \frac{F_n(r, R_4)}{G_n(R_5, R_4)} \\ z_n = -a_n^{\text{IV}} \frac{R_2}{r} \frac{G_n(r, R_5)}{G_n(R_4, R_5)} - b_n^{\text{IV}} \frac{R_3}{r} \frac{G_n(r, R_4)}{G_n(R_5, R_4)} \end{cases} \quad (88)$$

3 仿真分析

CMG 的传动性能直接取决于气隙磁场分布。因此, 精确计算气隙磁场对评估其传动性能、进行系统性优化具有重要意义^[16]。为验证本文所提理论方法的准确性, 对 CMG 进行气隙磁场的理论计算及有限元仿真, 并对两种结果进行对比验证。CMG 模型参数如表 1 所示。

采用 COMSOL 仿真软件中的 AC/DC 模块, 根据表 1 所示参数建立仿真模型。采用“旋转机械, 磁”作为物理场接口; 永磁体材料为 NdFeB, 牌号为

表 1 CMG 模型参数

Tab. 1 Model parameters of the CMG

参数	数值
中心孔半径 R_0/cm	0.7
内背铁外半径 R_1/cm	2.3
内永磁体外半径 R_2/cm	3.3
调磁环内半径 R_3/cm	3.9
调磁环外半径 R_4/cm	4.8
外永磁体内半径 R_5/cm	5.15
外背铁内半径 R_6/cm	6.25
外背铁外半径 R_7/cm	7.85
轴向长度 L/cm	6
永磁体剩磁 B_{rem}/T	1.41
内永磁体极对数 P_i	4
外永磁体极对数 P_o	11
调磁环极对数 P_m	15
无穷级数的截断项数 N	30

N50; 稳态求解后得到的磁场分布情况如图 10 所示。得到的二维仿真模型的磁感应强度模最大值为 1.91 T。

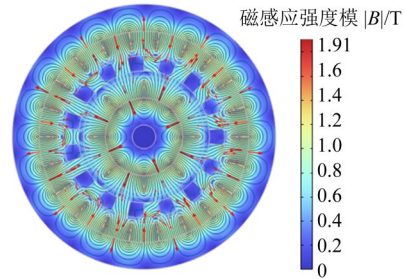
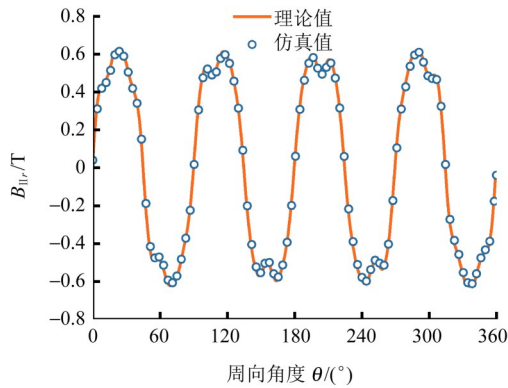


图 10 CMG 二维仿真模型

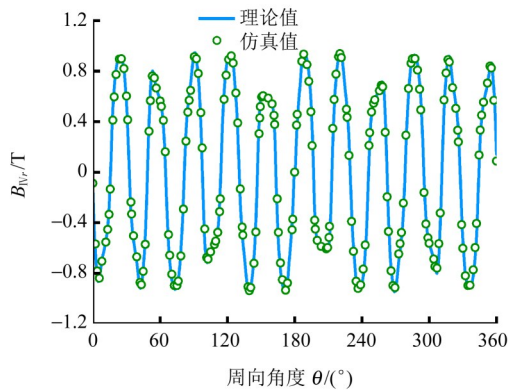
Fig. 10 2D simulation model of the CMG

提取 $r=3.6$ 、 4.975 cm 圆周上的结果, 得到内、外气隙径向磁感应强度数据, 其与理论值的对比如图 11 所示。结果表明, 无论是在内气隙还是在外气隙区域中, 径向磁感应强度理论计算结果和二维仿

真结果在趋势和数值上高度吻合。



(a) 内气隙径向磁感应强度



(b) 外气隙径向磁感应强度

图 11 气隙径向磁场分布情况

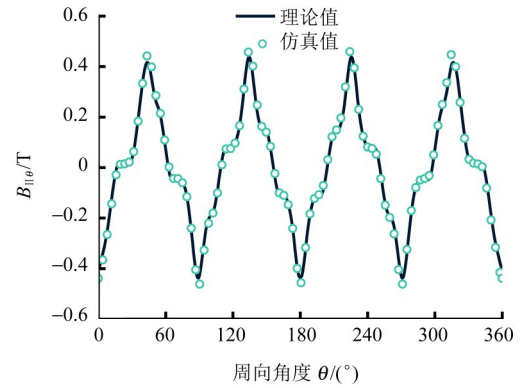
Fig. 11 Radial magnetic field distribution in the air gap

图 12 所示为内、外气隙的切向磁感应强度的二维仿真结果和理论计算结果的对比。结果表明, 两者在趋势上高度吻合, 仅在峰值上存在 5% 左右的偏差值。对比结果验证了理论模型的准确性和可靠性, 所建立的磁场分析模型不仅有助于深入揭示 CMG 的工作机制与性能特征, 同时为 CMG 的结构设计、参数优化及性能预测提供了有效的理论分析手段。

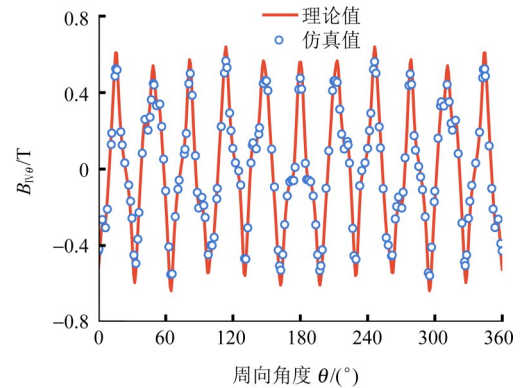
4 样机实验

基于表 1 所示参数, 研制了减速比为 2.75 的 CMG 样机。其整体结构如图 13(a) 所示; 输入轴与内转子如图 13(b) 所示; 外壳与外转子如图 13(c) 所示。在外背铁的内表面沿轴线方向加工有周期性的带倒角的燕尾槽结构, 用于固定永磁体, 可保证在转子高速旋转工况下, 永磁体不会发生受力位移、错位和脱落等现象。为减小涡流损耗, 调磁环中的导磁块采用硅钢片叠压制成^[17], 并用尼龙材料制成骨架, 如图 13(d) 所示。图 13(e) 为整机的装配示意图。

图 14 所示为 CMG 减速器试验台的总体配置。该平台采用伺服电机为驱动源, 动力由伺服电机输出, 经过转矩传感器到达 CMG 样机的输入轴, 经过样机



(a) 内气隙切向磁感应强度

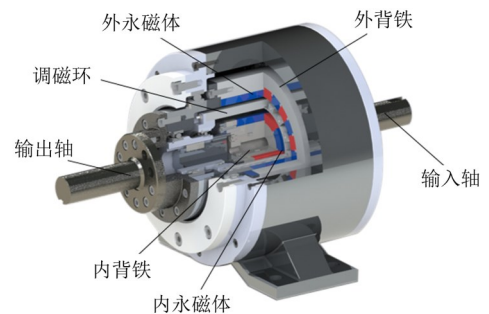


(b) 外气隙切向磁感应强度

图 12 气隙切向磁场分布情况

Fig. 12 Tangential magnetic field distribution in the air gap

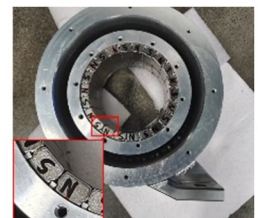
减速作用后, 传递到输出轴上, 再经过另一个转矩传感器, 最后抵达磁粉制动器。该试验台采用磁粉制动器模拟负载, 通过 2 个转矩传感器进行转矩测量, 实现了从动力输入到负载输出的完整测试流程。



(a) CMG 样机结构示意图



(b) 输入轴与内转子



(c) 外壳与外转子

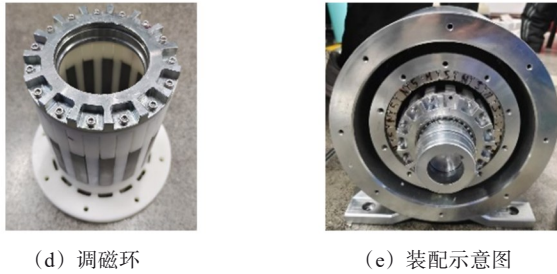


图13 CMG样机

Fig. 13 Prototype of the CMG

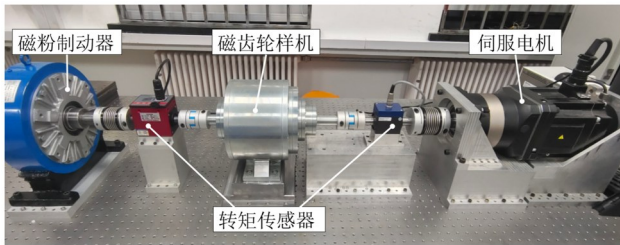


图14 CMG试验台

Fig. 14 CMG test bench

为研究理论模型、二维、三维仿真模型和试验测试的关联性，补充建立了图15所示的三维仿真模型。其关键几何参数与二维模型几何参数(表1)相同。结果显示，三维仿真模型的磁感应强度模最大值为1.5 T。

为验证理论分析和仿真结果的准确性，首先进行了CMG的转矩-角度特性^[18](矩角特性)试验。保持调磁环固定，使用磁粉制动器给输出轴施加高负载，使其保持固定，驱动电动机使输入轴转过角度 γ 。其中，用

$$\gamma = \frac{360}{P_i} \quad (89)$$

测量输出转矩，可得到CMG的转矩-角度特性。

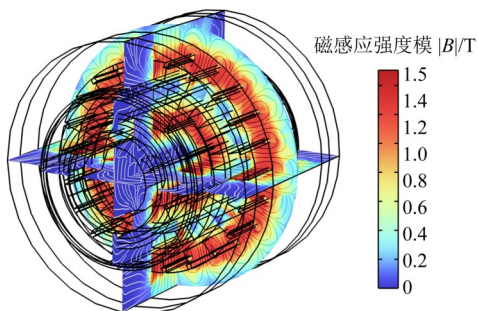


图15 CMG三维仿真模型

Fig. 15 3D simulation model of the CMG

试验所得数据、式(87)得到的转矩计算结果、二维仿真与三维仿真所得的矩角特性曲线如图16所示。基于表1所示的CMG参数计算矩角特性，解析法耗时仅7 s，二维有限元分析耗时1 min 40 s，三维有限元分析则耗时1 h 6 min 37 s。相比于有限元分析法，解析法可显著缩短计算时间。

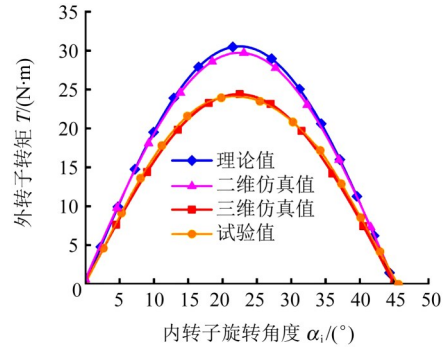


图16 CMG矩角特性图

Fig. 16 Torque-angle characteristic diagram of the CMG

由图16可知，理论值、二维仿真值、三维仿真值与试验值趋势相同，都在 $\alpha_i = 22.5^\circ$ 左右达到峰值。就峰值转矩大小而言，理论计算值与二维仿真值一致性较好，最大误差仅为2.7%；试验值与三维仿真值吻合程度较好，误差仅为1.2%；试验值和三维仿真值相比理论计算值和二维仿真值减少约26.7%。出现该现象的原因可能为：理论计算和二维仿真未考虑永磁体的端部效应^[19]。图17所示为CMG的端部效应。由图17(a)可知，理想情况下，内永磁体产生的磁场与外永磁体完全耦合；而在实际情况中，永磁体端部的磁力线无法完全闭合，部分磁通会从端部泄漏，导致有效耦合磁场减弱，如图17(b)所示。

为定量评估永磁体端部效应带来的影响，进行了局部磁感应强度分布差异分析。理论计算及二维仿真模型所得到的理想径向磁感应强度分布如图18所示。由图18可知，在输出转矩达到最大值的情况下，径向磁感应强度的最大值 $|B_r|_{\max} = 0.983$ T；外气隙表面中心点、边缘点所对应的径向磁感应强度大小分别为 $|B_r|_{\text{center}} = 0.919$ T、 $|B_r|_{\text{edge}} = 0.917$ T，两者差别较小，即理论计算及二维仿真模型认为穿过外气隙的磁场在中心与边缘均匀分布。

由于实际情况下永磁体端部存在导磁材料及空气域，真实的径向磁场分布情况如图19所示。其径

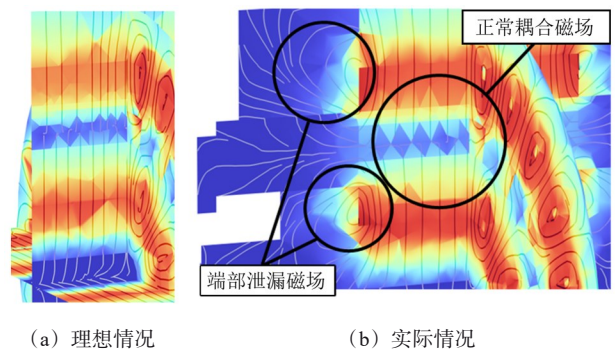


图17 CMG的端部效应

Fig. 17 End effects in the CMG

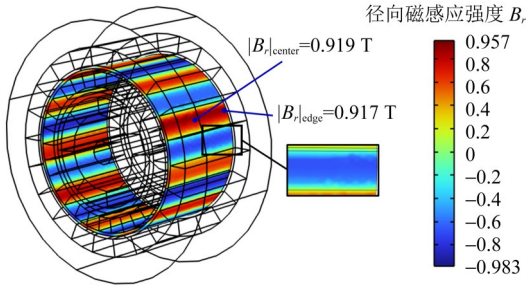


图 18 外气隙理想径向磁感应强度分布

Fig. 18 Ideal radial magnetic induction distribution in the outer air gap

向磁感应强度的最大值 $|B_r|_{\max}=0.833$ T, 相比理想状态减小 15.3%。在输出转矩达到最大值的情况下, 外气隙表面中心点、边缘点所对应的径向磁感应强度大小分别为 $|B_r|_{\text{center}}=0.763$ T、 $|B_r|_{\text{edge}}=0.427$ T, 中心点所对应的径向磁感应强度显著大于边缘点。对比图 18、图 19 中的带状区视图可知, 理想状态下外气隙径向磁感应强度呈均匀分布; 而实际情况下外气隙径向磁感应强度在靠近永磁体的边缘处呈现“U”形等值分布。

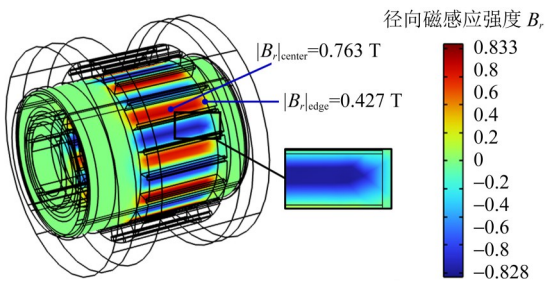


图 19 外气隙实际径向磁感应强度分布

Fig. 19 Actual radial magnetic induction distribution in the outer air gap

两种情况下, 带状区中心线处的径向磁感应强度 $|B_r|$ 的对比如图 20 所示。轴向坐标 10~70 mm 表示正对永磁体的外气隙区域, 此时理想情况下径向磁感应强度保持平稳; 0~10 mm、70~90 mm 表示超出永磁体长度的气隙区域, 在实际情况下, 该区域存在少量径向磁通, 最大值为 0.29 T; 且在 10~20 mm、60~70 mm 的永磁体端部对应区域, 径向磁感应强度开始明显衰减。且实际情况下径向磁感应强度最大值小于理想值。

为评估 CMG 运行中的转矩传递性能, 在输入转速 n_i 和负载转矩 T_{load} 变化的多工况条件下, 测量样机的输入转矩 T_{in} 、输出转矩 T_{out} 、输出转速 n_{out} , 则 CMG 的运行效率 η 为

$$\eta = \frac{T_{\text{out}} n_{\text{out}}}{T_{\text{in}} n_{\text{in}}} \quad (90)$$

得到的 CMG 在不同负载下的转速-效率曲线如

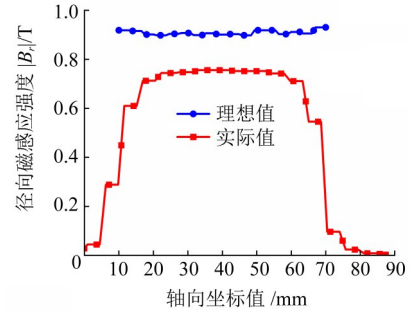


图 20 带状区中心线处的径向磁感应强度

Fig. 20 Radial magnetic induction at the centerline of the strip region

图 21 所示。

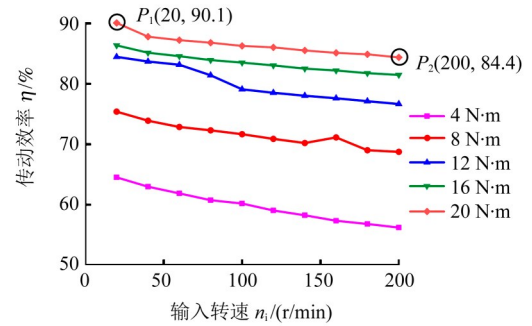


图 21 输入转速和效率关系图

Fig. 21 Relation chart of the input speed and the efficiency

试验数据表明, 在输入转速 $n_i=20$ r/min、负载转矩 $T_{\text{load}}=20$ N·m 的情况下, 装置达到最高效率点 P_1 , 效率值 $\eta_1=90.1\%$ 。对额定工况下工作要求较高的输入转速与转矩, 即 $n_i=200$ r/min、 $T_{\text{load}}=20$ N·m 的情况下, 装置达到额定负载点 P_2 , 效率值 $\eta_2=84.4\%$ 。负载恒定条件下, CMG 的传动效率随输入转速升高呈下降趋势; 且负载水平越低, 效率下降的幅度越显著。此外, 在相同输入转速下, 传动效率随负载增大而提升; 且在较低负载范围内增大负载, 效率的提升效果更为明显。

5 性能优化

理论计算模型虽未考虑端部漏磁效应, 但由于其较快的计算速度, 仍可应用于初步设计。将最大输出转矩乘以端部磁通泄漏系数 k_e , 即可估算实际最大输出转矩。将理论计算模型作为 NSGA-II 的适应度函数, 对结构参数进行初步优化。优化流程如图 22 所示。

待优化变量为截面结构参数、轴向长度 L , 以输出转矩 T_{out} 、转矩密度 D_r 及外转子转动惯量 I_{out} 为目标函数。输出转矩 T_{out} 是 CMG 的关键指标, 较大的 T_{out} 表明 CMG 拥有可靠的带负载能力。

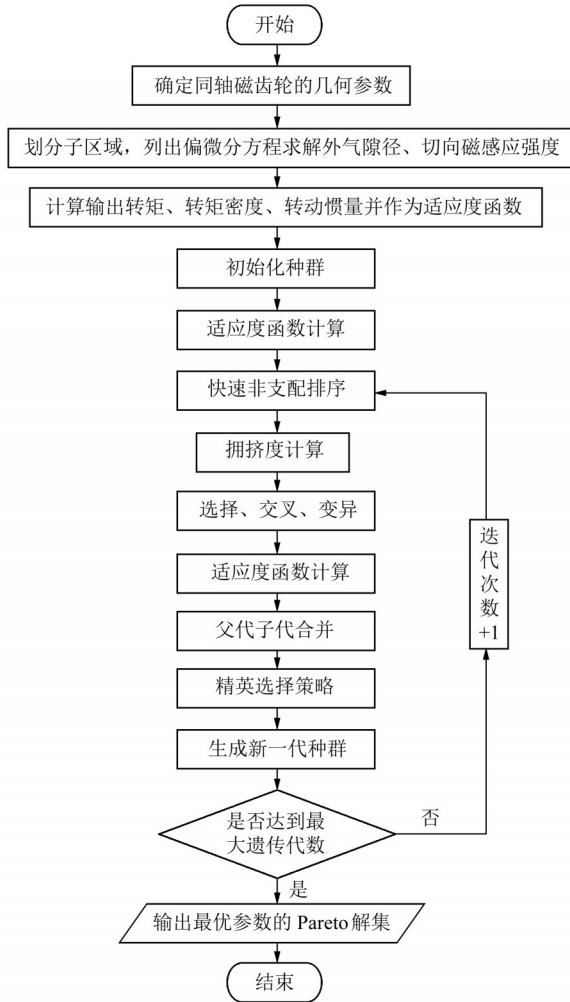


图 22 优化流程图

Fig. 22 Optimized flow chart

转矩密度 D_T 可表示为

$$D_T = \frac{T_{out}}{V_m} \quad (91)$$

式中, V_m 为所有永磁体的体积之和。较高的 D_T 意味着 CMG 兼具高传动性能与轻量化设计, 可提升永磁体利用率。

外转子转动惯量 I_{out} 的计算式为

$$I_{out} = \frac{1}{2} M_1 (R_5^2 + R_6^2) + \frac{1}{2} M_2 (R_6^2 + R_7^2) \quad (92)$$

式中, M_1 、 M_2 分别为外永磁体、外背铁的质量。较小的 I_{out} 可保证 CMG 工作时启停速度快, 具有极佳的动态性能; 该项设计指标与较大的 T_{out} 相互冲突, 能保证设计的平衡性, 发挥 CMG 传动的最大优势。

取表 1 中参数为待优化的半径参数, 所期望的结构参数设计域如表 2 所示。

优化的目标函数及不等式约束如式 (93) 所示, 该优化问题的数学模型为

表 2 结构参数设计域

Tab. 2 Design domain of structural parameters

参数	设计域/mm
内背铁厚度	[3, 20]
外背铁厚度	[6, 20]
内永磁体厚度	[2, 15]
外永磁体厚度	[2, 15]
内气隙厚度 A_{in}	[1, 7]
外气隙厚度 A_{out}	[1, 7]
调磁铁极块厚度 T_{sp}	[2, 15]
中心孔半径	[3, 20]
轴向长度 L	[20, 100]

$$\max [T_{out}(\mathbf{x}), D_T(\mathbf{x})]; \min [I_{out}(\mathbf{x})]$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} l_b \leq \mathbf{x} \leq u_b \\ 15 \text{ N}\cdot\text{m} \leq T_{out}(\mathbf{x}) \leq 60 \text{ N}\cdot\text{m} \\ 1.2 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \leq D_T(\mathbf{x}) \leq 7 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \\ 0.7 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \leq I_{out}(\mathbf{x}) \leq 3 \times 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \end{cases} \quad (93)$$

式中, l_b 、 u_b 分别为表 2 中设计域的下、上限所组成的向量; \mathbf{x} 为由表 2 中的结构参数组成的向量。对式 (93) 中的约束优化问题做辅助惩罚函数, 其表达式为

$$K_j(\mathbf{x}, \boldsymbol{\rho}) = f_j(\mathbf{x}) + \rho_j \sum_{i=1}^m (\max\{0, h_i(\mathbf{x})\})^2 \quad (94)$$

式中, j 取 1~3 时 $f_j(\mathbf{x})$ 分别对应式 (93) 中的 3 个归一化目标函数; ρ_j 为惩罚因子; h_i 为不等式约束函数。

为保持优化权重平衡, 需进行归一化处理, 有

$$f_j(x) = \frac{g_j(x) - g_{j\min}}{g_{j\max} - g_{j\min}} \quad (95)$$

式中, g_j 对应式 (93) 中的 3 个目标函数。

优化后得到的 Pareto 解集如图 23 所示。

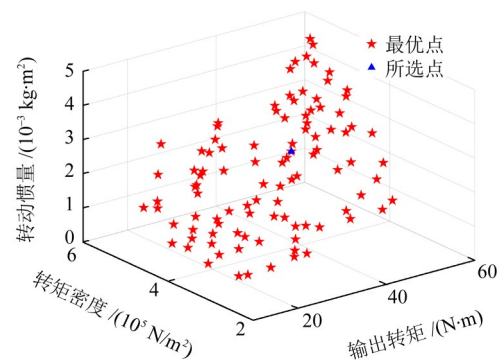


图 23 NSGA-II 的优化结果

Fig. 23 Optimization results of the NSGA-II

在 Pareto 解集中选取一点作为最终结果, 得到优化后的结构参数, 如表 3 所示。

优化前后 CMG 的传动性能对比如表 4 所示。优化后, CMG 的输出转矩增加了 36.7%, 转矩密度增

表3 优化后的结构参数

Tab. 3 Optimal structural parameters

参数	数值/mm
内背铁厚度	18.3
外背铁厚度	6
内永磁体厚度	5.2
外永磁体厚度	2.7
内气隙厚度 A_{in}	1
外气隙厚度 A_{out}	1
调磁铁极块厚度 T_{sp}	4
中心孔半径	12.4
轴向长度 L	52

加了392%, 外转子转动惯量减小为原来的9.7%, 达到了优化效果。

表4 CMG优化前后的传动性能对比

Tab. 4 Comparison of transmission performance of the CMG before and after optimization

传动性能	优化前	优化后
输出转矩 $T_{out}/(N\cdot m)$	32.72	44.74
转矩密度 $D_T/(N/m^2)$	9.58×10^4	4.72×10^5
外转子转动惯量 $I_{out}/(kg\cdot m^2)$	2.25×10^{-2}	2.2×10^{-3}

6 结论

1) 对于内、外气隙的径向磁感应强度, 理论计算与二维仿真在分布趋势和数值大小上均表现出良好的一致性。对于切向磁感应强度, 理论计算结果与仿真数据在变化规律上保持高度吻合, 仅在极值点处存在较小的数值偏差。

2) 对相同的参数模型进行矩角特性曲线计算, 解析法耗时最少, 二维有限元分析耗时次之, 三维有限元分析耗时最长但与试验值接近程度最高。相比有限元分析, 对CMG使用子区域法分析能极大提升模型的解析速度。

3) 通过理论计算、二维仿真、三维仿真和试验测试获得的矩角特性曲线呈现峰值的旋转角度相同。就峰值转矩而言, 理论计算值与二维仿真值最为接近, 误差仅为2.7%; 而三维仿真值与试验测量值更为吻合, 误差仅为1.2%, 且二者相比理论计算值和二维仿真值低26.7%。差异可能源于理论模型对端部效应的简化处理。对比理想情况与实际情况切面及带状区的局部磁密分布差异, 外气隙的径向磁感应强度实际上呈非均匀分布, 其幅值在永磁体中心对应位置达到峰值, 并沿轴向向两端单调衰减, 至边缘处已显著低于中心区域。

4) 基于试验样机进行不同转速和负载工况的测试, 装置达到最高效率点 P_1 、额定负载点 P_2 时, 效率值分别为90.1%、84.4%。CMG的传动效率呈现显著变化规律: 当负载恒定时, 随着输入转速的升高, 传动效率呈逐渐下降趋势, 且负载越小, 效率下降幅度越显著; 而在相同输入转速条件下, 负载增加会提升传动效率, 尤其在低负载区间, 效率随负载增加的提升效果更为明显。

5) 基于NSGA-II对模型进行结构参数优化, 在设计域内从初始值开始迭代优化, 得到一组Pareto前沿, 取其中合适的一点作为最优的结构参数。结果表明, 优化后CMG获得了更大的输出转矩、更高的转矩密度、更小的外转子转动惯量, 达到了初步优化效果。

参 考 文 献

- [1] RUIZ-PONCE G, ARJONA M A, HERNANDEZ C, et al. A review of magnetic gear technologies used in mechanical power transmission[J]. Energies, 2023, 16(4): 1721.
- [2] 袁晓明, 庞浩东, 高鸿发, 等. 磁场调制型磁齿轮研究综述[J]. 机械工程学报, 2024, 60(14): 347-363.
YUAN Xiaoming, PANG Haodong, GAO Hongfa, et al. Research overview on field modulated magnetic gear [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2024, 60(14): 347-363.
- [3] YAN B, LI X L, WANG X H, et al. A review on the field-modulated magnetic gears: development status, potential applications, and existent challenges [J]. IET Electric Power Applications, 2024, 18(1): 1-19.
- [4] SHOAEI A, WANG Q S. A comprehensive review of concentric magnetic gears [J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2024, 10(3): 5581-5598.
- [5] ATALLAH K, HOWE D. A novel high-performance magnetic gear [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2001, 37(4): 2844-2846.
- [6] RENS J, ATALLAH K, CALVERLEY S D, et al. A novel magnetic harmonic gear [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2010, 46(1): 206-212.
- [7] 何明杰, 彭俊, 罗英露, 等. 同轴磁齿轮极数配合规律[J]. 兵工学报, 2021, 42(10): 2223-2232.
HE Mingjie, PENG Jun, LUO Yinglu, et al. Combination principles of pole-pair numbers for coaxial magnetic gear [J]. Acta Armamentarii, 2021, 42(10): 2223-2232.
- [8] DAI B Q, NAKAMURA K, SUZUKI Y, et al. Cogging torque reduction of integer gear ratio axial-flux magnetic gear for wind-power generation application by using two new types of pole pieces [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2022, 58(8): 8002205.
- [9] FU W N, LI L N. Optimal design of magnetic gears with a general pattern of permanent magnet arrangement [J]. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 2016, 26(7): 0606705.

- [10] PENG S, FU W N, HO S L. A novel high torque-density triple-permanent-magnet-excited magnetic gear [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2014, 50(11): 8001704.
- [11] PRASLICKA B, GARDNER M C, JOHNSON M, et al. Review and analysis of coaxial magnetic gear pole pair count selection effects [J]. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, 2022, 10(2): 1813-1822.
- [12] ZHAO H, LIU C H, SONG Z X, et al. A fast optimization scheme of coaxial magnetic gears based on exact analytical model considering magnetic saturation [J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2021, 57(1): 437-447.
- [13] TZOUGANAKIS P, GAKOS V, KALLIGEROS C, et al. Fast and efficient simulation of the dynamical response of coaxial magnetic gears through direct analytical torque modelling [J]. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 2023, 123: 102699.
- [14] LUBIN T, MEZANI S, REZZOUG A. Analytical computation of the magnetic field distribution in a magnetic gear [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2010, 46(7): 2611-2621.
- [15] JIAN L N, CHAU K T. A coaxial magnetic gear with Halbach permanent-magnet arrays [J]. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2010, 25(2): 319-328.
- [16] NGUYEN M D, JUNG W S, HOANG D T, et al. Fast analysis and optimization of a magnetic gear based on subdomain modeling [J]. *Mathematics*, 2024, 12(18): 2922.
- [17] KOWOL M, KOŁODZIEJ J, JAGIEŁA M, et al. Impact of modulator designs and materials on efficiency and losses in radial passive magnetic gear [J]. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2019, 34(1): 147-154.
- [18] DUAN G, GUPTA T, SUTTON E, et al. Cycloidal magnetic gear combining axial and radial topologies [J]. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2022, 37(3): 2130-2137.
- [19] GERBER S, WANG R J. Evaluation of a prototype magnetic gear [C]//2013 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT). New York: IEEE, 2013: 319-324.

Research on transmission characteristics and multi-objective optimization method of coaxial magnetic gears

LU Pengcheng CHENG Xikang ZHOU Mengde CONG Xuefeng CHEN Chengfeng LIU Wei

(School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: [Objective] To address the challenges of complex structure, insufficient modeling accuracy, and suboptimal transmission performance in coaxial magnetic gear (CMG) design, a transmission-characteristic-based modeling and multi-objective optimization method was proposed to provide insights for CMG development and optimization. [Methods] Firstly, the magnetic field of the CMG was computed using the subregion method, with the analytical solution for the air gap magnetic field verified through two-dimensional simulation. Secondly, theoretical calculation, finite element simulation, and test method were employed to investigate its torque-angle characteristics. End leakage magnetic effects were analyzed based on 3D simulations, and speed-efficiency relation curves were obtained under multiple operating conditions. Finally, the CMG was optimized using the non-dominated sorting genetic algorithm II (NSGA-II) to derive structural parameters with superior transmission performance. [Results] The theoretical calculation torque values show extremely high consistency with the 2D simulation torque values, while the test torque values align even more closely with the 3D simulation torque values. Compared to the theoretical calculation and 2D simulation torque values, both test and 3D simulation torque values are significantly reduced. This discrepancy stems from the end effects of the permanent magnets. The CMG demonstrates a marked improvement in performance under the final parameters, achieving the optimization objective.

Key words: Coaxial magnetic gear; Subregion method; Electromagnetic torque; Transmission characteristic; Finite element simulation; Multi-objective optimization