

单侧齿廓磨损的渐开线直齿轮设计参数反求方法分析

李学艺 吴宗坤 牛兴旺 张振航 杨通

(山东科技大学 机械电子工程学院, 青岛 266590)

摘要:【目的】进口设备和老旧设备中的传动齿轮磨损失效后,因缺乏原始设计资料往往无法修复和更换,导致整个设备提前报废。为此,提出一种基于视觉检测的单侧齿廓磨损渐开线直齿轮设计参数反求方法。【方法】首先,采用高精度视觉检测系统获取齿轮的端面齿廓图像,基于齿轮结构原理有效提取并分割齿廓特征点列;然后,利用渐开线齿廓的几何特性对磨损齿廓进行有效识别,并用未磨损侧标准齿廓对磨损齿廓进行重构,获得原始设计齿廓;最后,利用重构渐开线直齿轮齿廓的结构尺寸求解出齿轮的设计参数。【结果】试验结果表明,采用所提方法求得的齿轮模数、压力角与理论值一致,变位系数及其他基本参数的绝对误差均小于0.035 mm,满足制造精度的要求。此外,所提方法具有无接触、操作简便、检测结果稳定、受齿轮磨损程度影响小的优势。

关键词: 磨损齿轮; 特征提取; 齿廓重构; 参数反求

中图分类号: TH132.413 **DOI:** 10.16578/j.issn.1004.2539.2026.03.007

0 引言

齿轮是机械传动设备中的重要零件,尤其是渐开线直齿轮,因其生产工艺成熟、制造精度高,在各类机械传动设备中被广泛应用^[1]。受使用方式和润滑要求的限制,大多数工况下齿轮系统采用单向传动方式,该传动方式导致齿轮啮合侧齿廓容易发生磨损及疲劳点蚀,最终导致齿轮失效。为保证设备正常运转,需要及时对磨损齿轮进行替换。然而,在实际操作中,存在仓储管理不善导致设计图纸丢失以及大多数进口设备并不提供原始设计资料等问题,加工出与原设备相匹配的齿轮变得十分困难。

齿轮原始设计参数的准确获取是齿轮失效后维修再制造的前提。传统的接触式测量方法无法降低齿廓磨损导致的测量误差,还存在检测效率低、结果稳定性差等问题。相比之下,基于视觉的非接触式测量方法具有操作简便、检测速度快、精度高等优势,成为齿轮参数测量的研究热点^[2]。既有的研究主要聚焦于非磨损齿轮的参数高精度检测,并取得了显著成果。例如,陈朝伟等^[3]引入小波变换模极大值算法以优化图像边缘检测精度;程敏杰等^[4]结合形态学滤波法和Zernike矩法细化齿轮轮廓; MORU等^[5]对齿轮测量过程的不确定性进行系统研究,通过边缘估计与偏差补偿算法提高齿轮参数的检测精度;

汤洁等^[6]提出一种未知参数情况下的小模数齿轮参数视觉检测方法;方一鸣等^[7,95]采用迭代重加权最小二乘法,优化了齿中心定位精度。然而,与非磨损齿轮的参数检测研究相比,针对磨损齿轮设计参数的反求研究仍较少且存在不足。刘小霞^[8]、陆国^[9]均尝试通过优化目标函数方法降低齿廓磨损对参数求解的影响,但对于齿廓磨损严重的情况效果有限;尤红丹^[10]对磨损齿轮进行三维数字建模,基于误差分析、识别和修复齿廓,但该方法需要构造无磨损模板模型,实用性不强。

为解决无设计资料条件下单侧齿廓磨损的渐开线直齿轮参数反求难题,本文提出一种基于图像处理与磨损齿廓重构“修复”的齿轮参数反求方法。首先,通过图像处理算法对齿轮轮廓点列进行分割及特征提取;然后,有效识别磨损齿廓并进行重构“修复”,得到完整设计齿廓;最后,利用齿轮结构参数的关系反求齿轮模数、压力角、变位系数等设计参数。

1 齿轮端面轮廓特征提取

1.1 获取齿轮轮廓点列

齿轮端面轮廓包含丰富的齿轮几何特征,是齿轮设计和工作的关键部位。图1所示为搭建的齿轮图像采集系统。在背光光源照明下获取齿轮端面图

收稿日期: 2024-12-07 修回日期: 2025-02-11

作者简介: 李学艺,男,1972年生,湖北巴东人,博士,教授;主要研究方向为CAD/CAM、机械传动;lixueyi07@tsinghua.org.cn。

杨通(通信作者),男,1985年生,山东临沂人,博士,讲师;主要研究方向为机构学及机械CAD;yangtong_sdust@qq.com。

引用格式: 李学艺,吴宗坤,牛兴旺,等.单侧齿廓磨损的渐开线直齿轮设计参数反求方法分析[J].机械传动,2026,50(3):53-60.

LI Xueyi, WU Zongkun, NIU Xingwang, et al. Analysis on inverse method for design parameters of involute spur gears with unilateral tooth profile wear[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2026, 50(3): 53-60.



免费获取

像,如图2(a)所示。通过 Matlab 软件开发平台对图像进行高斯滤波去噪、Otsu 阈值分割、齿轮轴孔区域填充,并结合 Devernay 边缘校正算法^[11]进行亚像素边缘提取,可得到齿轮端面轮廓点列 $\{P_i(u_i, v_i)\}(i=0, 1, 2, \dots)$ 。随后,以齿轮端面为基准面,参考张正友标定法^[12]进行相机内外参标定,构建针孔相机投影模型,将像素轮廓点列 $\{P_i\}$ 转换为齿轮实体轮廓点列 $\{Q_i(x_i, y_i)\}(i=0, 1, 2, \dots)$,结果如图2(b)所示。

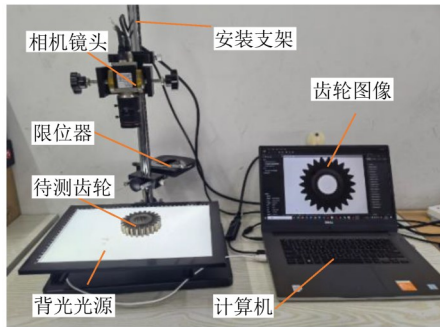


图1 齿轮图像采集系统

Fig. 1 Acquisition system of the gear image

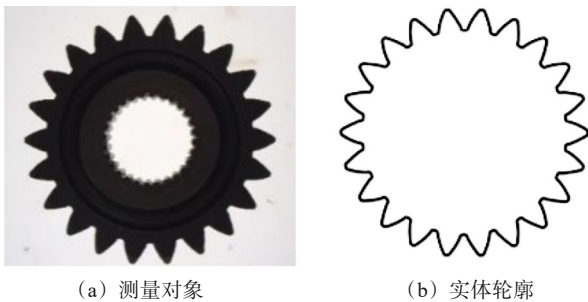


图2 提取齿轮轮廓

Fig. 2 Extracting gear contour

1.2 齿轮中心点获取

齿轮中心点是齿轮特征提取的关键基准,本文通过拟合齿轮齿根圆圆心来间接获得齿轮中心点坐标。首先,计算图2(b)中齿轮实体轮廓点列 $\{Q_i(x_i, y_i)\}$ 的质心;然后,遍历计算轮廓点与质心之间的欧氏距离,根据距离远近将轮廓点列均分为3个区域点列。选择距离质心最近区域中的点列作为初始齿根圆点列,如图3所示。

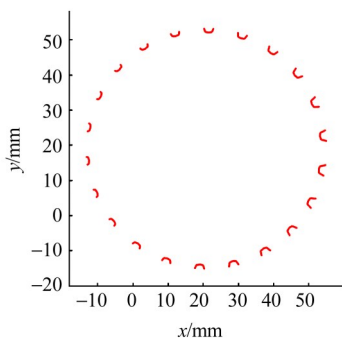


图3 初始齿根圆点列

Fig. 3 Circular point series of the initial tooth root

利用质心简单筛分得到的初始齿根圆点列存在大量干扰点。为剔除干扰点、提高拟合精度,采用迭代重加权最小二乘法进行圆拟合处理^{[17]95},拟合结果如图4所示。此时,拟合圆的圆心即为所需的齿轮中心点 $p_c(x_0, y_0)$ 。

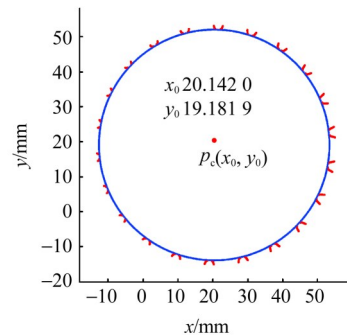


图4 拟合结果

Fig. 4 Fitting result

1.3 分割轮廓点列并提取特征数据

齿轮端面轮廓包括齿顶圆、齿根圆、渐开线齿廓、齿根处过渡圆弧齿廓等多个关键特征轮廓,分割轮廓点列有助于进一步提取这些特征。

首先,基于第1.2节获取的齿轮中心点 p_c ,统计轮廓点列与齿轮中心点距离分布直方图,如图5所示。横坐标为距离区间(步长0.02 mm),纵坐标为每个区间点列数量;两个“顶峰点”的横坐标分别对应齿根圆、齿顶圆点列的分割半径 r_s^1 、 r_s^2 。

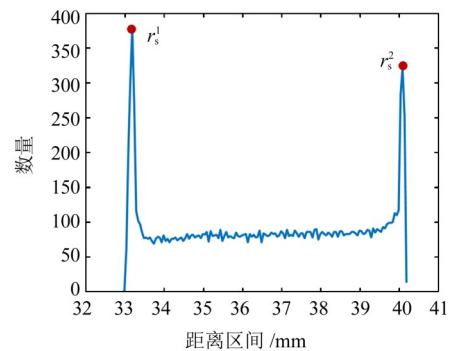


图5 距离分布直方图

Fig. 5 Histogram of the distance distribution

随后,根据齿轮设计经验,对齿根过渡齿廓点进行饱和式分割,利用式(1)计算齿廓点列分割半径 r_s^3 ,即

$$r_s^3 = (r_s^2 + 6r_s^1)/7 \quad (1)$$

如图6所示,使用获得的分割半径 r_s^1 、 r_s^2 、 r_s^3 将齿轮轮廓点列分割成齿顶圆点列、齿根圆点列、齿根过渡圆弧齿廓(含部分渐开线齿廓)点列、渐开线齿廓点列;并对齿顶圆点列、齿根圆点列采用迭代重加权最小二乘法拟合算法,获得齿顶圆直径 d_a 、齿根圆直径 d_f 。

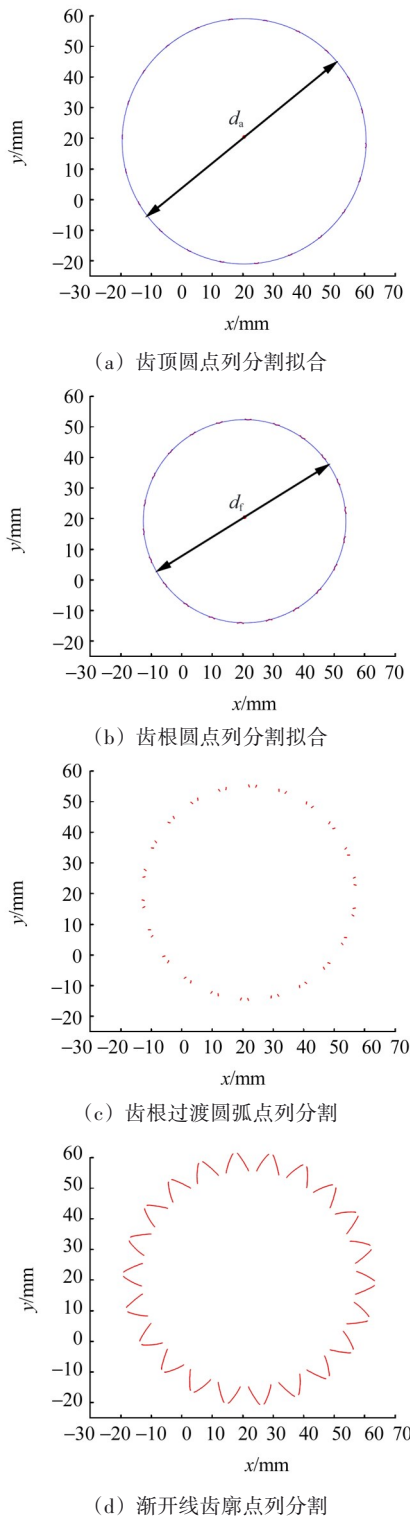


图6 轮廓点列分割与拟合结果

Fig. 6 Results of contour point sequence segmentation and fitting

此外, 齿轮每个轮齿存在两条渐开线齿廓, 假设分割齿廓点列得到 N 条渐开线齿廓, 即能直接计算齿轮齿数 $z = N/2$ 。

2 磨损侧齿廓识别与修复

在单向传动齿轮系统中, 工作齿轮的磨损主要发生在啮合侧齿廓上, 而非啮合侧齿廓由于不参与

啮合, 磨损极小, 基本保持原始齿形。基于此, 本文首先针对渐开线齿形的特点设计一种识别算法, 将第 1.3 节得到的齿轮渐开线齿廓划分为磨损侧齿廓和非磨损侧齿廓; 然后, 利用齿轮两侧齿廓镜像对称的特点, 对磨损齿廓进行重构, 以实现修复效果。整体流程包括 3 个关键步骤: 磨损齿廓识别、齿中心线计算、磨损齿廓修复。

2.1 磨损齿廓识别

在渐开线齿轮标准齿廓上, 任意点的法线均与齿轮基圆相切, 但当齿廓出现磨损时, 其齿形发生改变, 不再符合这一特性。因此, 本文提出一种基圆半径拟合算法, 利用齿廓点列拟合误差极值来评估齿廓磨损程度, 从而实现磨损齿廓识别。

2.1.1 基圆半径拟合原理

基于渐开线的形成原理, 可以构建单条渐开线上任意两点与基圆的几何关系。如图 7 所示, 基圆圆心为齿轮中心 p_c , 在同一段渐开线齿廓曲线上任取两点 $p_i(x_i, y_i)$ 和 $p_k(x_k, y_k)$, 这两点法线方向与基圆的切点分别为 t_i 和 t_k 。点 p_i 和 p_k 的压力角分别为 α_i 和 α_k ; 展角分别为 γ_i 和 γ_k ; 向量 L_{p_c, p_i} 与 L_{p_c, p_k} 之间夹角为 $\Delta\theta$ 。

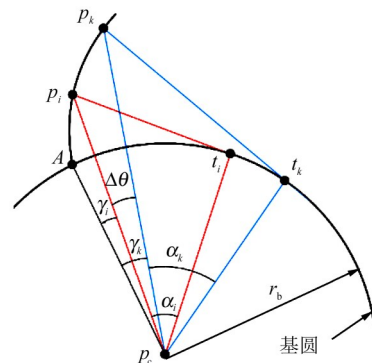


图7 基圆半径拟合示意图

Fig. 7 Fitting schematic diagram of the base circle radius

根据渐开线的特性, 线段 $p_i t_i$ 、 $p_k t_k$ 的长度分别与曲线 $\widehat{A t_i}$ 、 $\widehat{A t_k}$ 的弧长相等, 可利用以下计算式计算点 p_i 、 p_k 的压力角和展角:

$$\begin{cases} \alpha_i = \arccos \frac{r_b}{\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}} \\ \alpha_k = \arccos \frac{r_b}{\sqrt{(x_k - x_0)^2 + (y_k - y_0)^2}} \\ \gamma_i = \frac{\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} - r_b}{r_b} - \alpha_i \\ \gamma_k = \frac{\sqrt{(x_k - x_0)^2 + (y_k - y_0)^2} - r_b}{r_b} - \alpha_k \end{cases} \quad (2)$$

利用向量夹角计算式(3)计算夹角 $\Delta\theta$:

$$\Delta\theta = \arccos\left(\frac{\mathbf{l}_{p_i p_c} \cdot \mathbf{l}_{p_k p_c}}{\|\mathbf{l}_{p_i p_c}\| \|\mathbf{l}_{p_k p_c}\|}\right) = \arccos\frac{(x_k - x_0)(x_i - x_0) + (y_k - y_0)(y_i - y_0)}{\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} \sqrt{(x_k - x_0)^2 + (y_k - y_0)^2}} \quad (3)$$

由图7可知,理想情况下,夹角 $\Delta\theta$ 等于两点的展角差值 $\Delta\gamma = \gamma_k - \gamma_i$ 。因此,结合式(2)和式(3),以基圆半径 r_b 为变量,构建误差平方根函数 $\Delta_{ik}(r_b)$ 为

$$\Delta_{ik}(r_b) = \sqrt{[\Delta\theta - (\gamma_k - \gamma_i)]^2} \quad (4)$$

通常为了提高拟合的准确性,在齿廓曲线上选取多个点作为拟合基圆的样本数据,如图8所示。设选取 n 个采样点,可采用 C_n^2 组的成对数据点作为拟合计算的基础数据,将所有点对的误差平方根之和作为优化目标,构建目标函数为

$$F(r_b) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n \Delta_{ik}(r_b) \quad (5)$$

通过最小化目标函数 $F(r_b)$,即可拟合出基圆半径 r_b 。

2.1.2 磨损齿廓识别

实际操作中,为减少噪点干扰并提高识别精度,对渐开线齿廓点列进行样条拟合处理,得到平滑曲线。然后,在该曲线上等距选取 n 个采样点 $p_i(x_i, y_i)$ ($i=1, 2, \dots, n$) (图8),并利用式(5)优化求解基圆半径 r_b 。为确保拟合结果的可靠性,参考文献[13]的研究方法及阈值选取,本文逐步增加采样点数量 n 进行多次拟合,当前后两次拟合结果误差小于预设阈值 ε (根据检测需求设定)时,认为此时拟合结果已稳定,从而确定最终基圆半径 r'_b 以及对应的误差极值 $F(r'_b)$; 否则继续增加采样点数量,直到拟合结果稳定。

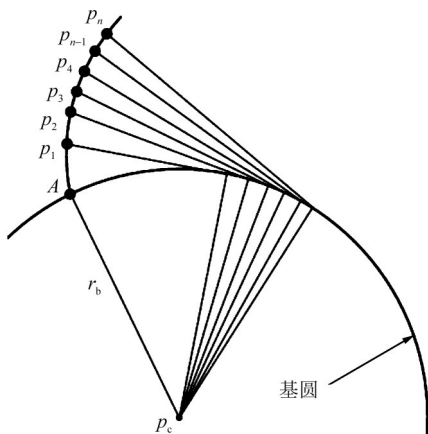


图8 齿廓多点采样示意

Fig. 8 Schematic of the tooth profile multi-point sampling

在磨损齿廓识别中,为判断是否存在一侧齿廓为非磨损齿廓(即有效齿廓),需根据实际检测精度设定合理阈值 δ_r 。当 δ_r 值较小时,其对轻微误差的

敏感度更高,能够满足高精度检测的需求;检测精度要求不高场合可适当增大 δ_r ,以提高识别效率。参考齿轮设计标准[14]及相关研究,对于8~9级精度的一般工业齿轮, δ_r 参考取值范围在 $0.035^\circ \sim 0.087^\circ$,高精度检测场合可适当减小 δ_r 。

磨损侧齿廓的具体识别流程如下:

①拟合齿轮首个轮齿左侧齿廓与右侧齿廓的基圆半径 r_1 、 r_2 ,并计算误差极值 $F(r_1)$ 、 $F(r_2)$ 。

②若 $\min[F(r_1), F(r_2)] \leq \delta_r$,则表明至少存在一侧非磨损齿廓。若 $F(r_1) > F(r_2)$,则左侧齿廓被视为磨损侧齿廓;反之,右侧齿廓为磨损侧齿廓,并将非磨损侧齿廓拟合得到的基圆半径 r_b 作为齿轮的标准基圆半径。

③若 $\min[F(r_1), F(r_2)] > \delta_r$,则表明该轮齿两侧齿廓拟合结果误差过大,可能为双侧磨损。此时需选取后续第2、3、...个轮齿,重复①②步骤,直至识别出磨损齿廓。

④若步骤③遍历所有齿廓后仍未识别出磨损侧齿廓,则表明待检测齿轮可能双侧齿廓都存在严重磨损,不适用于本算法。

2.2 齿中心线计算

齿中心线是磨损齿廓修复的关键参考线。在齿轮啮合时,齿根过渡圆弧区域的齿廓不参与啮合接触,几何形状完好没有磨损。因此,轮齿两侧的过渡齿廓保留了与齿中心线的对称关系,可通过搜寻两侧过渡齿廓上的对称点来求解齿中心线。

基于齿轮中心点构造搜索圆(略大于齿根圆),如图9所示,其与一对齿根过渡圆弧齿廓的交点坐标为 $p_r(x_r, y_r)$ 、 $p_l(x_l, y_l)$,利用式(6)计算齿中心线 l_c 的直线方程

$$l_c: y = \frac{y_r + y_l - 2y_0}{x_r + x_l - 2x_0} (x - x_0) + y_0 \quad (6)$$

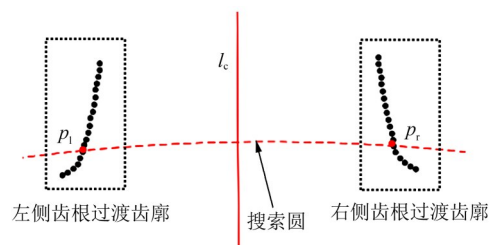


图9 求解齿中心线

Fig. 9 Calculation of the tooth center line

对每个轮齿的交点依次用相同方法计算,可获得齿轮所有轮齿的中心线。为了提高计算结果的准

确性并消除误差, 计算所有轮齿中心线之间的夹角, 将其与理论夹角对比。剔除偏差最大的几条齿中心线, 随后根据剩余齿中心线对其进行估计补充。最后结果如图 10 所示, 各条轮齿中心线用红色直线绘制显示。

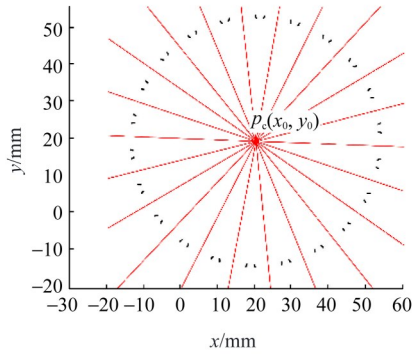


图 10 全部齿中心线计算结果

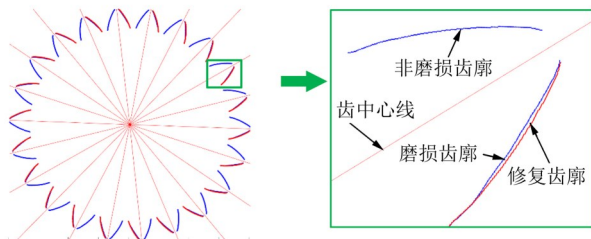
Fig. 10 Complete calculation results of the tooth center line

2.3 磨损齿廓修复

基于第 2.2 节得到的齿中心线, 对第 2.1 节识别出的非磨损侧齿廓点列进行镜像对称处理。假设第 i 个齿的齿中心线方程为 $y_i=k_i x+b_i$, 对应的非磨损侧齿廓点列为 $P_h(x_h, y_h)(h=1, 2, \dots)$, 则其镜像对称点列 $P'_h(x'_h, y'_h)(h=1, 2, \dots)$ 的计算式为

$$\begin{cases} x'_h = 2\left(\frac{x_h + k_i y_h + k_i b_i}{k_i^2 + 1}\right) - x_h \\ y'_h = 2\left(\frac{k_i x_h + k_i^2 y_h + b_i}{k_i^2 + 1}\right) - y_h \end{cases} \quad (7)$$

将所有非磨损侧齿廓点列进行镜像对称, 齿轮齿廓的修复结果如图 11 所示。原始齿廓点列用蓝色标出, 镜像获得的“修复齿廓”点列用红色标出。对比观察, 磨损侧齿廓存在“内缺”的磨损变形; 相较而言, “修复齿廓”更加光滑, 渐开线特征明显。



(a) 整体图 (b) 局部图

图 11 磨损齿廓修复

Fig. 11 Worn tooth profile reconstruction

最后使用“修复齿廓”替换磨损齿廓, 通过曲线拟合得到齿轮完整外形轮廓曲线。

3 基于修复齿廓的参数反求

针对磨损直齿轮, 由于无法确定是否存在变位,

本文统一视为角度变位齿轮进行参数反求计算。齿轮基本参数有齿数 z 、模数 m 、齿顶高系数 h_a^* 、顶隙系数 c^* 、分度圆压力角 α 、变位系数 x_m 、齿顶高降低系数 Δy 。根据国家标准 GB/T 1356—2001 规定: $h_a^*=1$, $c^*=0.25$, 齿数 z 可在第 1.3 节中通过统计齿轮齿廓数获得。以下介绍其余设计参数反求具体方法。

3.1 公法线长度测量

公法线长度是求解角度变位齿轮参数的重要依据^{[15]34}, 不受齿顶圆变动影响。进行公法线长度测量前需要先确定跨齿数 k , 计算式为

$$k = \text{round}\left(\frac{\alpha}{180} \times z + 0.5\right) \quad (8)$$

根据经验, 齿轮压力角 α 暂取 20° 进行估算。

齿轮跨 k 齿公法线长度 W_k 的计算式为

$$W_k = m \{ \cos \alpha [(k - 0.5)\pi + \text{inv} \alpha] + 2x_m \sin \alpha \} \quad (9)$$

式中, $\text{inv} \alpha$ 为压力角的渐开线函数, $\text{inv} \alpha = \tan \alpha - \alpha$ 。

图 12 所示为公法线长度的测量参数。具体测量步骤如下:

① 根据搜索圆与齿廓的交点计算弦线。先设定合适半径的搜索圆, 计算搜索圆与跨 k 个齿的两异侧齿廓曲线交点坐标 $a(x_a, y_a)$ 、 $b(x_b, y_b)$, 基于两点坐标构造弦直线 l_1 方程, 即

$$l_1: y = \frac{y_a - y_b}{x_a - x_b} x + y_b - \frac{y_a - y_b}{x_a - x_b} x_b \quad (10)$$

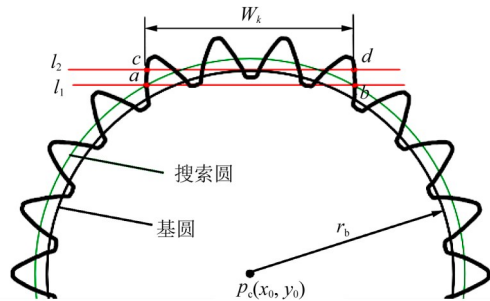


图 12 公法线测量

Fig. 12 Measurement of the common normal line

② 基圆相切直线计算。根据第 2.1.2 节获得的基圆半径 r_b , 计算与弦线 l_1 平行、与基圆相切的直线 l_2 的方程, 即

$$\begin{cases} k_2 = \frac{y_a - y_b}{x_a - x_b} \\ l_2: y = k_2 x + r_b \sqrt{k_2^2 + 1} + y_0 - k_2 x_0 \end{cases} \quad (11)$$

③ 公法线长度计算。计算直线 l_2 与跨 k 齿的两异侧齿廓曲线的交点 c 和 d , 由于渐开线性质, 直线 l_2 一定与齿廓交点 c 和 d 处的切线垂直。因此, 交点 c 、 d 之间的距离即为对应跨 k 齿公法线长度 W_k 。为提高测量精度, 测量齿轮每对跨 k 齿异侧齿廓的公法线长

度,取平均值 \overline{W}_k 作为最终公法线测量结果。

对于变位齿轮,变位前后基节 P_b (基圆上的齿距)保持不变,根据式(11)可推导得到:

$$W_{k+1} - W_k = m\pi \cos \alpha = P_b \quad (12)$$

式中, W_k 、 W_{k+1} 分别为跨 k 齿与 $k+1$ 齿的公法线长度。

3.2 模数

模数 m 是齿轮设计基本参数,参考国家标准GB/T 1357^[15]: $m \in \{1, 1.25, 1.5, \dots, 50\}$ mm。对于角度变位齿轮,齿根圆直径 d_f 、压力角 α 、变位系数 x_m 的计算式分别为

$$\begin{cases} d_f = m[z - 2(1.25 - x_m)] \\ \alpha = \arccos [(\overline{W}_{k+1} - \overline{W}_k)/m\pi] \\ x_m = (d_f - mz)/2m + 1.25 \end{cases} \quad (13)$$

结合式(9)、式(13),公法线长度与模数的关系式为

$$W_k(m) = (\overline{W}_{k+1} - \overline{W}_k)(k - 0.5) + m z \operatorname{inv} \{ \arccos [(\overline{W}_{k+1} - \overline{W}_k)/m\pi] \} + [d_f - m(z - 2.5) \sqrt{1 - [(\overline{W}_{k+1} - \overline{W}_k)/m\pi]^2}] \quad (14)$$

基于第3.1节测量获取的公法线长度平均值 \overline{W}_k 、 \overline{W}_{k+1} ,结合式(14),构建误差平方优化函数式(15),通过优化求解 $\min G(m)$,获得模数 m' 。

$$G(m) = [W_k(m) - \overline{W}_k]^2 + [W_{k+1}(m) - \overline{W}_{k+1}]^2 \quad (15)$$

受输入参数测量误差的影响,实际测算的模数 m' 要根据国家标准模数表,选取与之最接近的标准模数值进行修正并作为最终的齿轮模数 m 。

3.3 压力角、变位系数和齿顶高降低系数

除特殊应用的齿轮,一般情况下,齿轮分度圆压力角系列只有 14.5° 、 17.5° 、 20° 、 22.5° 、 25° 、 30° 、 35° 共7种^[7]。基于第3.2节获取的齿轮模数 m ,代入式(13),计算得到压力角 α' ,再从压力角系列中选择最接近值进行修正,得到最终齿轮压力角 α 。

齿轮变位系数 x_m 作为重要的设计参数,影响齿轮齿廓和传动性能。变位系数可以通过齿根圆半径[式(13)]或公法线长度[式(9)]反求。但由于公法线长度的检测需要使用“修复齿廓”,而“修复齿廓”方式下的点列精度,一般会低于以直接图像检测手段获取的齿根圆点列精度,故优先基于齿根圆拟合直径求解变位系数 x_m ,以获得更高精度。

齿顶高降低系数 Δy 与齿顶圆直径有关,其计算式为

$$\Delta y = 1 + x_m - \frac{(d_a - mz)}{2m} \quad (16)$$

在齿顶圆直径、模数、变位系数、齿数都已知的情况下,可直接代入式(16)求解。

4 实物试验

4.1 试验齿轮参数

为了验证本文提出的单侧齿廓磨损齿轮参数反求方法的可行性,选用两种典型的磨损齿轮进行实物试验:某农机变速器中的磨损齿轮A和变速器箱中的磨损齿轮B,如图13所示,具体设计制造参数如表1所示。



图13 试验齿轮

Fig. 13 Test gears

表1 齿轮设计参数

Tab. 1 Design parameters of gears

齿轮参数	齿轮A	齿轮B
齿数	22	29
模数/mm	3.25	4
压力角/(°)	25	20
变位系数	0.404	0.21
齿顶高降低系数	0.07	0
齿顶圆直径/mm	80.170	125.68
齿根圆直径/mm	66.000	107.68
跨4齿公法线长度/mm	35.354	43.529
分度圆弧齿厚/mm	6.328	6.895

4.2 磨损齿廓修复效果对比试验

为了直观评估齿廓修复效果,以分度圆弧齿厚(简称“弧齿厚”)为基准分析磨损程度,分别测量齿轮A和齿轮B的磨损齿廓在修复前后的弧齿厚,并计算与标准值的平均(绝对)误差和相对误差。取部分轮齿计算的结果记录在表2中。

表2 分度圆弧齿厚对比结果

Tab. 2 Comparison results of tooth thickness on the pitch circle arc

齿序	齿轮A弧齿厚		齿序	齿轮B弧齿厚	
	修复前	修复后		修复前	修复后
1/mm	5.752	6.285	1/mm	6.678	6.862
4/mm	5.897	6.359	5/mm	6.654	6.877
7/mm	5.794	6.273	9/mm	6.732	6.891
12/mm	5.774	6.286	15/mm	6.685	6.873
16/mm	5.906	6.350	19/mm	6.703	6.869
21/mm	5.663	6.262	25/mm	6.723	6.882
平均误差/mm	-0.519	-0.0378	平均误差/mm	-0.219	-0.026
相对误差/%	8.2	0.597	相对误差/%	3.27	0.422

试验结果表明,磨损齿廓修复后,两种齿轮的弧齿厚误差都显著降低,齿轮A修复后弧齿厚平均(绝

对)误差为 -0.0378 mm ,与修复前对比,相对误差减小 92.72% ;齿轮B修复后弧齿厚平均(绝对)误差为 -0.026 mm ,与修复前对比,相对误差减少 87.03% 。这些定量结果验证了所提方法重构“修复”磨损齿廓的有效性,说明磨损齿廓修复的参数反求技术能够有效降低接触式测量方法在磨损齿轮检测中的测量误差,为齿轮参数反求提供可靠的数据基础。

4.3 齿轮参数反求对比试验

分别使用本文提出的视觉检测方法和人工测量方法对磨损齿轮A和B进行参数反求。人工测量中,齿根圆直径和齿顶圆直径通过三坐标测量仪的探头采集测点数据后拟合得到,公法线长度使用千分尺测量。每项参数各测量5组,取平均值作为实测结果,再利用本文第3节的反求公式,计算得到齿轮其余设计参数。将两种方法的检测结果分别与表1标准值进行对比,结果如表3所示(*代表通过反求算法间

接计算获取的参数)。

从表3可知,本文方法对两种齿轮的模数、压力角等重要参数的检测值与理论值一致。相较之下,利用相同的反求公式,人工测量法反求的齿轮A的压力角与理论值存在 2.5° 偏差,主要是由于齿廓磨损导致的公法线长度实际测量有误差(-0.612 mm),间接影响了压力角的计算。此外,测量结果中齿轮A的变位系数绝对误差为 0.0021 ,齿轮B为 -0.0019 ,均小于人工检测值。对于齿顶圆直径、齿根圆直径、公法线长度等实际可直接测量参数,本文方法检测值绝对误差均在 $\pm 0.035\text{ mm}$ 以内,证明了视觉检测算法的高精度。尤其是在公法线长度的测量中,视觉算法基于重构“修复”的完好齿廓进行检测,结果与理论值误差仅为 -0.0284 mm (齿轮A)和 -0.027 mm (齿轮B),远小于人工测量误差。通过这些检测结果对比,说明本文方法能够显著提高磨损齿轮参数反求的精度。

表3 参数反求对比结果

Tab. 3 Comparison results of the parameter inversion

齿轮参数	齿轮A				齿轮B			
	视觉测量		人工测量		视觉测量		人工测量	
	数值	误差	数值	误差	数值	误差	数值	误差
齿数	22	0	22	0	29	0	29	0
*模数/mm	3.25	0	3.25	0	4	0	4	0
*压力角/ $^\circ$	25	0	22.5	-2.5	20	0	20	0
*变位系数	0.4061	0.0021	0.4108	0.0068	0.2081	-0.0019	0.2087	-0.0056
*齿顶高降低系数	0.0776	0.0076	0.0816	0.0116	0.0059	0.0059	-0.0016	-0.023
齿顶圆直径/mm	80.1450	-0.026	80.153	-0.017	125.6645	-0.0155	125.656	-0.024
齿根圆直径/mm	66.0270	0.0270	66.022	0.022	107.7122	0.0322	107.734	0.044
跨4齿公法线长度/mm	35.3256	-0.0284	34.746	-0.612	43.502	-0.027	43.268	-0.301

5 结论

针对单侧渐开线齿廓磨损的直齿轮,提出一种基于图像处理与齿廓修复的齿轮设计参数反求方法,并通过理论分析与实物试验验证了该方法的可行性和有效性。研究主要内容如下:①通过图像处理算法获得齿轮实体轮廓坐标,精细分割齿廓点列并处理,准确提取齿轮齿顶圆直径、齿根圆直径等特征数据;②基于渐开线齿廓与基圆的几何特性,以及轮齿两侧齿廓的对称性,准确识别磨损侧齿廓,并利用无磨损侧齿廓对其进行镜像重构修复,有效减少了齿廓磨损对齿轮检测影响;试验结果表明,磨损齿廓修复后,两种齿轮的弧齿厚误差都显著降低,平均(绝对)误差都在 $\pm 0.04\text{ mm}$ 以内,与修复前对比,相对误差减少 87% 以上;③通过齿轮几何关系,构建了无参数情况下角度变位齿轮的参数反求优化函数。试验数据表明,求解的齿轮磨损、压力角与理论值一致,变位系数绝对误差分别为 0.0021 和 -0.0019 ,

其余基本参数绝对误差均小于 0.035 mm ,各项误差满足9级齿轮实际制造精度要求,验证了提出的齿轮设计参数反求方法的准确性、可行性。

相较于传统接触式测量方法难以处理齿廓磨损导致的测量误差,本文通过算法修复齿轮磨损齿廓模型,可准确反求齿轮设计参数。该方法具有无接触、操作简单、检测精度高、获取参数全面、齿廓磨损影响小等优势,为解决无设计资料条件下磨损齿轮参数反求提供了高效可行的技术方案。

参 考 文 献

- [1] GOCH G, GUENTHER A, PENG Y, et al. Gear metrology-an update[J]. CIRP Annals, 2023, 72(2): 725-751.
- [2] 石照耀,于渤,宋辉旭,等. 20年来齿轮测量技术的发展[J]. 中国机械工程, 2022, 33(9): 1009-1024.
SHI Zhaoyao, YU Bo, SONG Huixu, et al. Development of gear measurement technology during last 20 years[J]. China Mechanical Engineering, 2022, 33(9): 1009-1024.
- [3] 陈朝伟,范芳蕾,黄伟莉. 基于机器视觉的齿轮参数测量系统

- [J]. 机电工程技术, 2023, 52(5): 113-116.
CHEN Zhaowei, FAN Fanglei, HUANG Weili. Gear parameter measurement system based on machine vision[J]. Mechanical & Electrical Engineering Technology, 2023, 52(5): 113-116.
- [4] 程敏杰, 王健文. 利用机器视觉的直齿轮在线测量方法研究[J]. 机械设计, 2020, 37(3): 19-22.
CHENG Minjie, WANG Jianwen. Research on the in-site measurement of spur gears based on machine vision[J]. Journal of Machine Design, 2020, 37(3): 19-22.
- [5] MORU D K, BORRO D. A machine vision algorithm for quality control inspection of gears[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2020, 106(1): 105-123.
- [6] 汤洁, 刘小兵, 李睿. 未知参数小模数齿轮齿距和齿廓偏差视觉测量[J]. 光学精密工程, 2021, 29(1): 100-109.
TANG Jie, LIU Xiaobing, LI Rui. Vision measurement of pitch and profile deviations for small modulus gears with unknown parameters[J]. Optics and Precision Engineering, 2021, 29(1): 100-109.
- [7] 方一鸣, 石照耀. 小模数直齿轮免参数并行快速测量[J]. 光学精密工程, 2024, 32(6): 792-805.
FANG Yiming, SHI Zhaoyao. Parameter-free parallel fast measurement of fine-pitch spur gears[J]. Optics and Precision Engineering, 2024, 32(6): 792-805.
- [8] 刘小霞. 逆向工程在渐开线圆柱直齿轮测绘中的应用[J]. 煤矿机电, 2019, 40(5): 67-70.
LIU Xiaoxia. Application of reverse engineering in surveying and mapping of involute cylindrical gears[J]. Colliery Mechanical & Electrical Technology, 2019, 40(5): 67-70.
- [9] 陆国. 齿轮测绘的最优化方法研究及其系统实现[D]. 北京: 北京交通大学, 2010: 25-31.
LU Guo. Research on optimization method of gear mapping and its system realization[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2010: 25-31.
- [10] 尤红丹. 基于逆向工程技术的零件磨损检测与分析[D]. 南昌: 南昌大学, 2009: 54-64.
YOU Hongdan. Inspection and analysis of parts wear based on reverse engineering technology[D]. Nanchang: Nanchang University, 2009: 54-64.
- [11] GROMPONE VON GIOI R, RANDALL G. A sub-pixel edge detector: an implementation of the Canny/Devermay algorithm[J]. Image Processing on Line, 2017(7): 347-372.
- [12] ZHANG Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [13] 魏建杰, 汤洁, 石照耀. 基于齿廓测量点的渐开线齿轮基圆圆心反求方法[J]. 航空制造技术, 2019, 62(20): 70-76.
WEI Jianjie, TANG Jie, SHI Zhaoyao. Reverse calculation method of base circle center based on involute profile measuring points[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2019, 62(20): 70-76.
- [14] 全国齿轮标准化技术委员会. 通用机械和重型机械用圆柱齿轮标准基本齿条齿廓: GB/T 1356—2001[S]. 北京: 中国标准出版社, 2001: 12-17.
National Technical Committee of Gear Standardization. Cylindrical gears for general and heavy engineering—standard basic rack tooth profile: GB/T 1356—2001[S]. Beijing: Standards Press of China, 2001: 12-17.
- [15] 《齿轮手册》编委会. 第2篇 渐开线圆柱齿轮传动[M]//齿轮手册(上册). 北京: 机械工业出版社, 2013: 3-34.
Gear Handbook Editorial Board. Chapter 2: involute cylindrical gear transmission[M]//Gear handbook (volume I). Beijing: China Machine Press, 2013: 3-34.

Analysis on inverse method for design parameters of involute spur gears with unilateral tooth profile wear

LI Xueyi WU Zongkun NIU Xingwang ZHANG Zhenhang YANG Tong

(School of Mechanical and Electronic Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

Abstract: [Objective] The failure of transmission gears in imported and aged equipment due to tooth flank wear often leads to premature scrapping of the entire machine, as original design data is frequently unavailable for repair or replacement. To address this issue, a method for reverse-engineering the design parameters of involute spur gears with unilateral tooth flank wear based on visual inspection was proposed. [Methods] Firstly, a high-precision visual inspection system was used to obtain the end face tooth profile images of the gear. Based on the principle of the gear structure, the tooth profile feature point sequences were effectively extracted and segmented. Then, the geometric characteristics of the involute tooth flank were utilized to accurately identify the worn tooth flank, which was then reconstructed using the standard tooth flank from the unworn side to obtain the original design tooth flank. Finally, the design parameters of the gear were solved by using the structural dimensions of the reconstructed involute spur gear tooth profile. [Results] The test results show that the gear modulus and pressure angle obtained by the proposed method are consistent with the theoretical values, and the absolute errors of the profile shift coefficient and other basic parameters are all less than 0.035 mm, meeting the requirements of manufacturing precision. In addition, the proposed method has the advantages of non-contact, simple operation, stable detection results, and being less affected by the degree of gear wear.

Key words: Worn gear; Feature extraction; Tooth flank reconstruction; Parameter inversion

(编辑: 刘欢欢)